



Modely analýzy obalu dat a jejich aplikace při hodnocení efektivnosti bankovních poboček

Josef Jablonský

VŠE Praha, fakulta informatiky a statistiky
nám. W. Churchilla 4, 13067 Praha 3
jablon@vse.cz, <http://nb.vse.cz/~jablon>





Struktura přednášky

- Úvod – vymezení základních pojmů
- Přehled modelů a metod hodnocení efektivity
- Základní modely analýzy obalu dat
- Klasifikace jednotek v modelech analýzy obalu dat
- Oblasti aplikací modelů analýzy obalu dat
- Výpočetní aspekty
- Software pro modely analýzy obalu dat
- Závěry
- Přehled literatury

Úvod – základní pojmy

- **Produkční jednotka** – U_1, U_2, \dots, U_n
- **Vstupy** (zdroje) – $X = \{x_{ij}, i=1,2,\dots,m, j=1,2,\dots,n\}$
- **Výstupy** (efekty) – $Y = \{y_{ij}, i=1,2,\dots,r, j=1,2,\dots,n\}$



- **Efektivnost** (relativní, technická, paretovská)
- **Míra efektivnosti** – výstupy/vstupy

Přehled modelů a metod

Parametrické metody

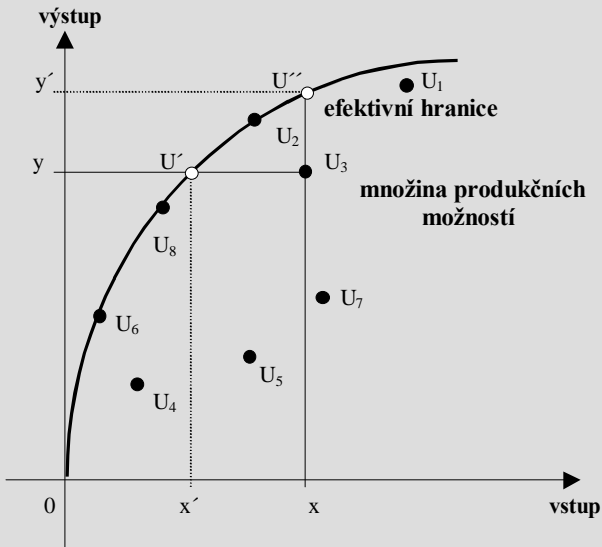
$$x = f(\beta, y^1, y^2, \dots, y^m) + \varepsilon$$

Neparametrické metody

- * metody vícekriteriálního rozhodování (WSA, ELECTRE, PROMETHEE, AHP, TOPSIS,...)
- * modely analýzy obalu dat

$$\text{míra efektivnosti}(U_q) = \frac{\text{vážený součet výstupů}}{\text{vážený součet vstupů}} = \frac{\sum_i u_i y_{iq}}{\sum_j v_j x_{jq}}$$

Modely analýzy obalu dat (DEA – Data Envelopment Analysis)





Modely analýzy obalu dat

(DEA – Data Envelopment Analysis)

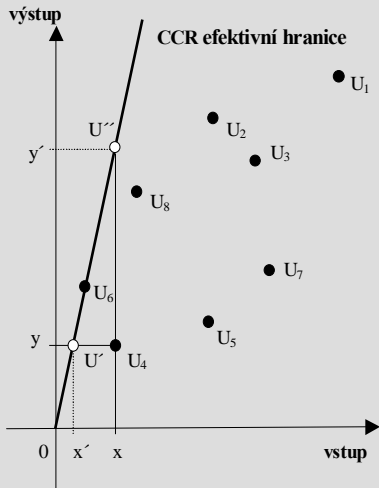
1. **Efektivní jednotky** (leží na efektivní hranici)
2. **Neefektivní jednotky** (neleží na EH)

Dosažení efektivnosti (efektivní hranice):

1. **Zvýšit výstupy** při zachování současné úrovně vstupů (míra efektivnosti = $y'/y > 1$) – modely orientované na výstupy (output oriented)
2. **Snížit vstupy** při zachování současné úrovně výstupů (míra efektivnosti = $x'/x < 1$) – modely orientované na vstupy (input oriented)
3. **Kombinace obou přístupů** (aditivní modely, SBM modely)

CCR (Charnes, Cooper, Rhodes) model

konstantní výnosy z rozsahu (konický obal)



maximalizovat

$$\frac{\sum_i u_i y_{iq}}{\sum_j v_j x_{jq}}$$

za podmínek

$$\frac{\sum_i u_i y_{ik}}{\sum_j v_j x_{jk}} \leq 1,$$

$$k = 1, 2, \dots, n,$$

$$u_i > \varepsilon, v_j > \varepsilon.$$

CCR (Charnes, Cooper, Rhodes) model

Primární model:

maximalizovat $z = u^T y^q$
 za podmínek $v^T X^q = 1$,
 $u^T Y - v^T X \leq 0$,
 $u \geq \varepsilon, v \geq \varepsilon$.

Duální model:

min $f = \theta - \varepsilon(e^T s^+ + e^T s^-)$,
 za podmínek $Y\lambda - s^+ = y^q$,
 $X\lambda + s^- = \theta x^q$,
 $\lambda, s^+, s^- \geq 0$.

Jednotka U_q je efektivní, jestliže platí:

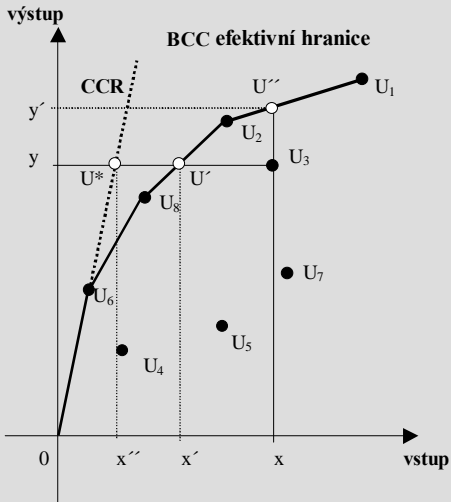
1. Hodnota proměnné θ je rovna jedné
2. Hodnoty všech přídatných proměnných s^+ a s^- jsou rovny nule

Virtuální jednotka (cílové hodnoty vstupů a výstupů):

$$x'^q = X\lambda^*$$

$y'^q = Y\lambda^*$, kde λ^* jsou opt. hodnoty proměnných duálního modelu

BCC (Banker, Charnes, Cooper) model variabilní výnosy z rozsahu (konvexní obal)



maximalizovat

$$g = \phi + \varepsilon(e^T s^+ + e^T s^-),$$

za podmínek

$$Y\lambda - s^+ = \phi y^q,$$

$$X\lambda + s^- = x^q,$$

$$e^T \lambda = 1,$$

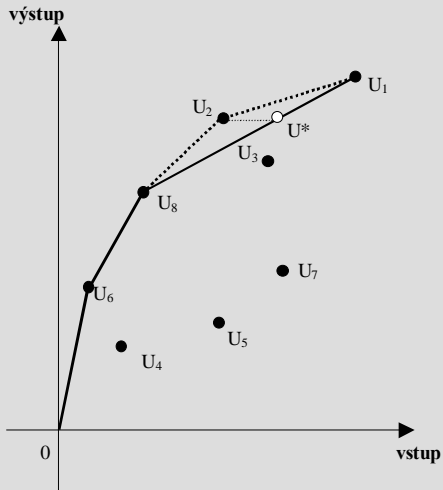
$$\lambda, s^+, s^- \geq 0.$$

Modifikace základních DEA modelů

1. **SBM (slack based measure) modely**, ve kterých je míra efektivity určena neradiálně součtem (případně jinou mírou) odchylek od efektivní hranice
2. **Modely super efektivity**, které se snaží klasifikovat efektivní jednotky
3. **Modely, které umožňují pracovat s nežádoucími výstupy** (například emise produkované hodnocenou jednotkou)
4. **Modely s ovlivnitelnými nebo neovlivnitelnými vstupy**
5. **Modely pro hodnocení efektivity dodavatelských řetězců**
6. **Modely s diskrétními vstupy a výstupy**
7. **Stochastické modely**

Klasifikace jednotek v DEA modelech

(modely super efektivity)



**Model Andersena a Petersena
(radiální model)**

SBM model (Tone)

Aplikace DEA modelů

1. **Finanční instituce** – hodnocení efektivnosti poboček (banky, pojišťovny, stavební spořitelny,...)
2. **Zdravotnictví** – hodnocení efektivnosti nemocnic, jednotlivých oddělení nemocnic, privátních lékařů,...
3. **Školství** – hodnocení efektivnosti školských zařízení (fakult, kateder v rámci vysoké školy, středních škol stejného typu, základních škol)
4. **Obchod** – hodnocení efektivnosti jednotlivých provozoven (obchody, čerpací stanice) v rámci daného řetězce
5. **Průmyslové firmy** – hodnocení produktivity a efektivnosti firem daného odvětví

Hodn. efektivnosti bankovních poboček (1)

Počet poboček (stát)	Vstupy	Výstupy
580 (Velká Británie)	mzdové náklady technolog. vybavení	počet transakcí počet kredit. karet objem půjček cenné papíry
68 (Řecko)	počet pracovníků počet přepážek počet počítačových terminálů	počet depozitních účtů počet kredit. transakcí počet debet. transakcí počet zpracovaných žádostí o půjčku
81 (ČR)	počet pracovníků provozní náklady plocha, kterou má pobočka k dispozici	počet účtů počet transakcí zůstatek na účtech

Hodn. efektivnosti bankovních poboček (2)

Počet poboček (stát)	Vstupy	Výstupy
291 (Kanada)	No. tellers No. account. officers No. typing staff No. supervision pers. No. credit staff	No. counter transactions No. counter sales No. security transactions No. deposit sales No. loan sales No. term accounts
591 (Slovensko)	Credits granted Banking expeditures Salaries Operational expeditrs	Credit profits Deposits Banking profits
911 (Belgie)	No. employees No. windows operated No. ATM	No. of transactions No. brokerage activities No. credit operations No. new acc. opened No. ATM trans. No. special services

Výpočetní aspekty

1. Řešení **n optimalizačních úloh**
 $(n+m+r+1)$ proměnných $(m+r)$ omez. podmínek
2. Řešení **jedné optimalizační úlohy**
 $n(n+m+r+1)$ proměnných $n(m+r)$ omez. podmínek
3. **Dvoustupňové řešení**
 - a) *optimalizace radiální skalární proměnné θ (ϕ)*
 - b) *maximalizace přídatných proměnných s^+ , s^-*
4. Otázky **nepřípustnosti řešení**
5. Programové vybavení



Software for DEA models

1. **Frontier Analyst**
Banxia Software, Inc. (+ comfort, user-friendly environment, – price, limited number of models)
2. **Warwick DEA software**
University of Warwick (+ wide menu of models, – price)
3. **DEA Excel Solver**
Zhu (2003) – (+ models, price, – comfort)
4. **Modelling languages**
LINGO, GAMS, MPL for Windows, AMPL, XPRESS-MP,...
5. **MS Excel DEA Solver / University of Economics** –
<http://nb.vse.cz/~jablon>

Numerical example – input data

Microsoft Excel - test.xls

Soubor Úpravy Zobrazit Vložit Formát Nástroje DEA Data Okno Nápověda Acrobat

Arial 10 B I U % 000 +,00 +,00

E22 =

	A	B	C	D	E	F	G	H
1			Inputs			Outputs		
2	DMU	Assets	Equity	Employees		Revenue	Profit	
3	Mitsubishi	91920.6	10950.0	36000.0		184365.2	346.2	
4	Mitsui	68770.9	5553.9	80000.0		181518.7	314.8	
5	Itochu	65708.9	4271.1	7182.0		169164.6	121.2	
6	General Motors	217123.4	23345.5	709000.0		168828.6	6880.7	
7	Sumitomo	50268.9	6681.0	6193.0		167530.7	210.5	
8	Marubeni	71439.3	5239.1	6702.0		161057.4	156.6	
9	Ford Motor	243283.0	24547.0	346990.0		137137.0	4139.0	
10	Totota Motor	106004.2	49691.6	146855.0		111052.0	2662.4	
11	Exxon	91296.0	40436.0	82000.0		110009.0	6470.0	
12	Royal Dutch/Shell Group	118011.6	58986.4	104000.0		109833.7	6904.6	
13	Wal-Mart	37871.0	14762.0	675000.0		93627.0	2740.0	
14	Hitachi	91620.9	29907.2	331852.0		84167.1	1468.8	
15	Nippon Life Insurance	364762.5	2241.9	89690.0		83206.7	2426.6	
16	Nippon Telegraph & Telephone	127077.3	42240.1	231400.0		81937.2	2209.1	
17	AT&T	88884.0	17274.0	299300.0		79609.0	139.0	
18								
19								

Numerical example – results

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
				Virtual inputs	Virtual inputs	Virtual inputs	Virtual outputs	Virtual outputs				
	DMU	Eff. score	Assets	Equity	Employees	Revenue	Profit	Pears ...>				
1												
2		CRS_I model										
3												
4												
5												
6	1	Mitsubishi	0.662832	60927.89101	7258.007526	23861.94255	184365.20000	346.20000	3(.184)	4(.017)	5(.893)	11(.00
7	2	Mitsui	1.000000	68770.90000	5553.900000	80000.00000	181518.70000	314.80000	2(.1)			
8	3	Itochu	1.000000	65708.90000	4271.100000	7182.00000	189164.60000	121.20000	3(.1)			
9	4	General Motors	1.000000	217123.40000	23345.500000	709000.00000	168828.60000	6880.70000	4(.1)			
10	5	Sumitomo	1.000000	50258.90000	6681.000000	6193.00000	167530.70000	210.50000	5(.1)			
11	6	Marubeni	0.971967	69436.58086	5092.230409	6514.12040	161057.40000	156.60000	3(.547)	5(.406)	9(.001)	
12	7	Ford Motor	0.737166	179340.03064	18095.221335	256789.33683	137137.00000	4139.00000	3(.253)	4(.305)	9(.233)	13(.20
13	8	Totota Motor	0.524558	55605.31008	26065.979415	77033.90820	111052.00000	2662.40000	5(.382)	9(.371)	11(.066)	
14	9	Exxon	1.000000	91296.00000	40436.000000	82000.00000	110009.00000	6470.00000	9(.1)			
15	10	Royal Dutch/Shell Gro	0.841424	99297.75563	49632.446893	87508.06801	109833.74168	6904.60000	9(1.067)			
16	11	Wal-Mart	1.000000	37871.00000	14762.000000	675000.00000	93627.00000	2740.00000	11(.1)			
17	12	Hitachi	0.386057	36370.91374	11545.873253	128113.87429	84167.10000	1468.80000	5(.312)	9(.145)	11(.169)	
18	13	Nippon Life Insurance	1.000000	364762.50000	2241.900000	89690.00000	83206.70000	2426.60000	13(.1)			
19	14	Nippon Telegraph & Te	0.348578	44296.33241	14723.963371	80860.91520	81937.20000	2209.10000	4(.012)	5(.247)	9(.291)	11(.06
20	15	AT&T	0.270382	24032.61346	4670.552157	80925.16957	79609.00000	139.00000	5(.467)	11(.015)		
21												
22												



DEA in modeling languages – LINGO model

```
LINGO Model - CCR_global
MODEL:
| BCC input oriented primal DEA model;
SETS:
  DMU/@OLE('dea.xls')/:THETA;
  INPUT/@OLE('dea.xls')/;
  OUTPUT/@OLE('dea.xls')/;
  DMUDMU (DMU, DMU):LAMBDA;
  DMUX (DMU, INPUT):X, S1; |
  DMUY (DMU, OUTPUT):Y, S2;
ENDSETS
[obj] MIN = -EPS*(@SUM(DMUX: s1)+@SUM(DMUY: s2))+@SUM(DMU:THETA);
@FOR (DMU (Q):
@FOR (INPUT (J): [in] @SUM (DMU (I): X (I, J)*lambda (I, Q) )+s1 (Q, J)=THETA (Q)*X (Q, J) );
@FOR (OUTPUT (J): [out] @SUM (DMU (I): Y (I, J)*lambda (I, Q) )-s2 (Q, J)=Y (Q, J) );
@SUM (dmu (I): lambda (I, Q) )=1;
);
DATA:
  EPS=10E-8;
  X = @OLE('dea.xls');
  Y = @OLE('dea.xls');
ENDDATA
END
```

Závěr

1. DEA modely berou v úvahu současně **několik vstupů a výstupů**.
2. Vstupy a výstupy mohou být vyjádřeny v **různých jednotkách** bez potřeby jakékoliv normalizace nebo jiné úpravy.
3. Nepředpokládají ani nevyžadují **žádnou funkční závislost** mezi vstupy a výstupy ani **žádné vyjádření preferencí** uživatele s ohledem na vstupy a výstupy.
4. Hodnocené jednotky jsou porovnávány **přímo vůči ostatním jednotkám souboru**.
5. **Řešení DEA modelů je relativně bezproblémové** a uživatel vystačí v krajním případě i s jednoduchým optimalizačním řešitelem.
6. Jako informaci pro uživatele poskytují nejen **míru efektivity**, ale i **cílové hodnoty vstupů a výstupů** pro dosažení efektivity.



Literatura

- **Charnes,A., Cooper,W.W., Lewin,A., Seiford,L.: Data Envelopment Analysis: Theory, Methodology and Applications. Kluwer Publ., Boston 1994**
- **Camanho,A.S., Dyson,R.G.: Efficiency, size, benchmarks and targets for bank branches: an application of data envelopment analysis. JORS 50 (1999), pp.903-915**
- **Camanho,A.S., Dyson,R.G.: Cost efficiency, production and value-added models in the analysis of bank branch performance. JORS 56 (2005), pp.483-494**
- **Cooper,W.W., Seiford,L.M, Tone,K.: Data Envelopment Analysis. Kluwer Publ., Boston 2000**
- **Jablonský, J., Dlouhý,M.: Modely hodnocení efektivnosti produkčních jednotek. Professional Publishing, Praha 2004**
- **Sevkovic, D., Halická,M., Brunovský,P.: DEA analysis for a large structured bank branch network. CEJOR (2001), 9: pp.329-342.**
- **Zhu,J. Quantitative Models for Performance Evaluation and Benchmarking. Kluwer Publ., Boston 2003**