

VYTVÁRANIE MATEMATICKÉHO MODELU PRIEBEHU TEPLoty V ZAŤAŽENEJ PNEUMATIKE POMOCOU NELINEÁRNEJ REGRESIE V PROGRAME MATLAB

R. Bartko

KFIM Fakulta priemyselných technológií Púchov, TnUAD

Abstract

Radial personal tyres were laboratory tested on HASBACH test machine. The tyres were dynamically loaded and changes of temperature of air in tyre were measured using thermocouples. The measurements were realized for various types of radial tyres, internal pressure, velocity and depth of sensor in tyre. Suitable mathematic models were suggested and its parameters were determined from measured values using Curve Fitting Toolbox in MATLAB.

1 Úvod

Pri jazde plášť prechádza neustále teplotnými zmenami, pri ktorých sa premieňa deformačná práca na teplo. Vnútorým prejavom premeny foriem energie je zmena teploty v pneumatike. Dlhodobé a opakované pôsobenie deformácie a vysokých teplôt narušuje súdržnosť kompozitnej štruktúry plášťa a nakoniec vedie k jeho deštrukcii. Teplota pneumatiky má výrazný vplyv na jej prevádzkové charakteristiky, na odolnosť voči mechanickému opotrebovaniu a pri vyšších teplotách aj na celkovú životnosť.

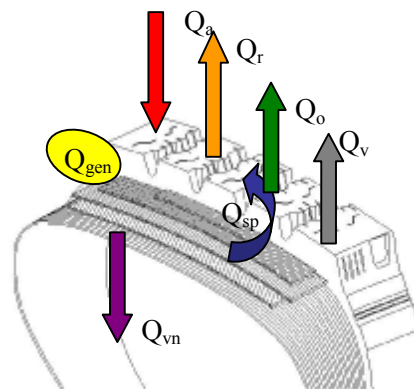
Teplota, ktorú dosiahne pneumatika po dlhšej dobe prevádzky, závisí od pomeru medzi vývinom tepla a odvodom tepla z jej povrchu. Vzhľadom na to, že materiál pneumatiky má nízky súčiniteľ tepelnej vodivosti dochádza v profile pneumatiky k značnému rozdielu teplôt.

Teplo vzniká hystereziou pri odvaľovaní pneumatiky, čiže cyklickou deformáciou viskoelastických komponentov steny a prispieva k rastu teploty materiálu. K najväčšiemu vývinu tepla dochádza v troch hlavných kritických zónach autoplášťa: pätkovej časti, v oblasti ukončenia kostrovej vložky a na okrajoch nárazníkov (osobné radiálne plášte). Uvedená strata energie generuje v jednotke objemu tepelný tok \dot{Q} . Pričom platí

$$\dot{Q} = \frac{\Delta W}{T} \text{ [W]} \quad (1)$$

kde ΔW predstavuje stratenú energiu a T je čas jednej otáčky pneumatiky.

- Q_{gen} - teplo vyvinuté v prvku,
- Q_{sp} - teplo privedené od susediaceho prvku,
- Q_{vn} - teplo odovzdané do vnútornej zmesi,
- Q_o - teplo odovzdané do okolia,
- Q_v - teplo odovzdané do vozovky,
- Q_a - teplo získané absorpciou,
- Q_r - teplo odovzdané radiáciou;



Obrázok 1: Tepelná rovnováha prvkov pneumatiky v ustálenom stave

Podľa [2] platí, že súčet tepla vyvinutého v prvku a privedeného od susedných prvkov, z vonkajšieho, vnútorného vzduchu a vozovky a teplo odvedené sálaním a prijaté absorpciou sa rovná nule. Potom platí rovnica tepelnej rovnováhy prvkov pneumatiky

$$Q_{\text{gen}} + Q_{\text{sp}} + Q_{\text{vn}} - Q_o - Q_v + Q_a - Q_r = 0 \quad (2)$$

pričom platí, že teplo prechádza z miesta vyššieho teplotného potenciálu (vyššej teploty) k miestu nižšieho teplotného potenciálu (nižšej teploty).

2 Opis experimentu

Pri skúšaní pneumatiky na bubnovej skúšačke za podmienok voľného odvaľovania dochádza k ohrevu pneumatiky. Teplota pneumatiky bola meraná ako teplota vzduchu uzatvoreného v pneumatike, ktoré tvorí nosné médium nesúce záťaž pneumatiky. Na on-line meranie teploty pneumatiky v dynamickom režime sa používa skúšobný stroj HASBACH, ktorý je vybavený meraním teploty pneumatiky prostredníctvom odporových (Pt100), ako aj napäťových snímačov (termočlánkov) teploty.

Merania sme uskutočnili pri rôznych rýchlostiach odvaľovania. Všetky skúšky boli vykonané pri záťaži pneumatiky silou 4,83 kN. Pre prevádzku pneumatiky sú podstatné dva parametre: čas stabilizácie a teplota ustálenia.



Obrázok 2: Detail umiestnenia snímača teploty Pt100 namontovaného na skúšobnom ráfiku.

3 Spracovanie a výsledky meraní

Pri spracovaní výsledkov [5] sme predpokladali, že teplota v pneumatike sa bude ustáľovať podľa teoretickej závislosti popísanej vzťahom

$$T = T_0 + (T_\infty - T_0) \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (3)$$

kde T_0 je teplota okolia, T_∞ je ustálená teplota a τ je relaxačná konštanta.

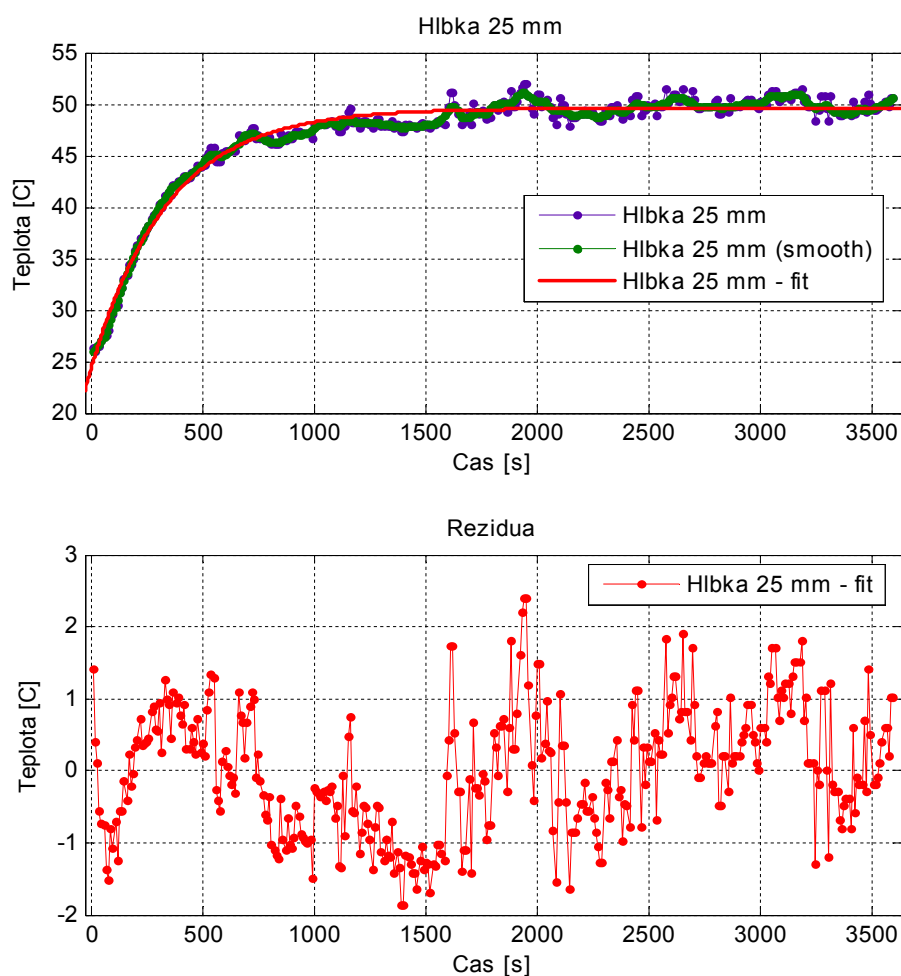
Nábehová časť krivky pri začatí merania sa dosť výrazne líši od teoretického predpokladu. Je to spôsobené tým, že sa pneumatika na stende nemôže okamžite roztočiť na stanovenú rýchlosť. Doba potrebná na roztočenie pneumatiky sa zhoduje s časovým úsekom, pre ktorý sa experimentálna krivka líši od teoretického očakávania. Najväčšie rozdiely medzi experimentálnymi údajmi a výpočtom sú pri

výpočte teploty okolia T_0 , je to spôsobené tým, že model výpočtu nebral do úvahy efekty spôsobené rozbiehaním pneumatiky a s tým spojeným nábehovým časom t_0 .

Konštanty vo vzťahu (3) sme sa snažili určiť pomocou nelineárnej regresie v programe MATLAB v Curve Fitting Toolbox. Spracovanie sme rozdelili na dve časti: vyhladenie dát nameraných kriviek a nelineárnu regresiu v tvare modelu (3). Na samotný výpočet sme použili Curve Fitting Tool (Nástroj na preloženie krivky cez namerané dáta). Pri vyhladení dát sme použili metódu lokálne váhovanej lineárnej regresie. Parametrické vyjadrenie krivky sme hľadali pomocou modelu (3). Aby mal model fyzikálny význam, tak sme obmedzili hodnoty všetkých troch parametrov

$$T_0 > 0, T_\infty > 0, \tau > 0 \quad (4)$$

Parametre modelu sú počítané pomocou Trust-Region metódy. Regresná úloha je prevedená na optimalizačnú úlohu hľadania minima funkcie s vedľajšími podmienkami. Výsledky spracované do grafov jedného merania sú ukázané na Obrázku 3. Modrou čiarou sú vynesené namerané údaje, zelenou čiarou vyhladené dáta a červenou čiarou model vypočítaný pomocou nelineárnej regresie. Na druhom grafe je zobrazený rozdiel nameraných dát a regresnej krivky (Reziduá). Ako ďalšie kritéria na vyhodnotenie regresného modelu sme použili sumu štvorcov chýb (Sum of Squares Due to Error) a parameter R-štvorec (R-Square), ktorý vyjadruje koreláciu medzi nameranými hodnotami odozvy a predpovedanými hodnotami odozvy.



Obrázok 3: Závislosť teploty pneumatiky na čase pre hĺbku sondy 25 mm

Merania sme vykonali pre štyri rôzne hĺbky umiestnenia snímačov (25 mm, 35 mm, 45 mm a 55 mm), pre rôzne tlaky v pneumatike (220 kPa, 240 kPa, 260 kPa a 280 kPa), pre rôzne typy pneumatík (Matador, Michelin a Dunlop) a pre rôzne rýchlosti pneumatiky Matador (60 km/hod., 90 km/hod., 120 km/hod., 150 km/hod. a 180 km/hod.). Výsledky vyhodnotenia sú v Tabuľke 1-4. Parametre sú

určené aj pomocou intervalu, kde v ktorom sa nachádzajú s 95% pravdepodobnosťou. Pri vyhodnotení sme sledovali šírku tohto intervalu a veľkosť hodnoty korelácie R-square. Čím je hodnota korelácie bližšia k hodnote 1, tým lepšie náš model vystihuje namerané dáta.

Tabuľka 1: MERANIE PRIEBEHU TEPLoty V RÔZNYCH HĽBKACH PNEUMATIKY

	T_0 [°C]	T_∞ [°C]	τ [s]	SSE [°C ²]	R-square
25 mm	24,16	49,6	341,8	268,0	0,970
	(23,55; 24,78)	(49,48; 49,71)	(329; 354,7)		
35 mm	24,20	50,26	355,1	110,7	0,988
	(23,82; 24,59)	(50,19; 50,33)	(346,8; 363,4)		
45 mm	24,44	49,99	433,3	323,2	0,970
	(23,84; 25,04)	(49,85; 50,12)	(416,6; 450,0)		
55 mm	23,69	51,73	327,2	47,26	0,995
	(23,42; 23,95)	(51,68; 51,78)	(322,5; 332,0)		

Tabuľka 2: MERANIE PRIEBEHU TEPLoty PRI RÔZNYCH TLAKOCH V PNEUMATIKE

	T_0 [°C]	T_∞ [°C]	τ [s]	SSE [°C ²]	R-square
220 kPa	25,29	53,55	358,4	64,68	0,994
	(25,00; 25,59)	(53,49; 53,61)	(352,5; 364,3)		
240 kPa	25,09	52,26	345,2	72,99	0,993
	(24,76; 25,40)	(52,2; 52,32)	(338,9; 351,5)		
260 kPa	25,05	49,94	407,2	87,21	0,991
	(24,73; 25,37)	(49,87; 50,01)	(398,7; 415,7)		
280 kPa	24,22	49,60	343,3	182,38	0,980
	(23,71; 24,72)	(49,51; 49,69)	(332,6; 353,9)		

Tabuľka 3: MERANIE PRIEBEHU TEPLoty PRE RÔZNE TYPY PNEUMATIK

	T_0 [°C]	T_∞ [°C]	τ [s]	SSE [°C ²]	R-square
Matador	23,26	51,10	363,7	112,95	0,990
	(22,88; 23,65)	(51,03; 51,18)	(355,7; 371,7)		
Dunlop	24,36	50,56	354,8	68,87	0,993
	(24,06; 24,67)	(50,50; 50,61)	(348,2; 361,3)		
Michelin	23,78	51,73	328,4	47,14	0,995
	(23,51; 24,04)	(51,69; 51,78)	(323,6; 333,2)		

Tabuľka 4: MERANIE PRIEBEHU TEPLoty PRE RÔZNE RÝCHLOSTI PNEUMATIKY

	T_0 [°C]	T_∞ [°C]	τ [s]	SSE [°C ²]	R-square
60 km/hod.	24,66	40,53	531,5	32,33	0,993
	(24,49; 24,83)	(40,48; 40,58)	(521,4; 541,6)		
90 km/hod.	25,99	46,71	402,3	32,38	0,995
	(25,80; 26,19)	(46,66; 46,75)	(396,2; 408,5)		
120 km/hod.	25,02	49,84	389,0	68,68	0,993
	(24,73; 25,31)	(49,78; 49,90)	(381,7; 396,3)		
150 km/hod.	25,00	53,56	386,3	105,04	0,991
	(24,63; 25,36)	(53,49; 53,64)	(378,5; 394,1)		
180 km/hod.	21,51	56,08	270,3	87,77	0,993
	(21,12; 21,92)	(56,02; 56,15)	(265,6; 274,9)		

4 Záver

V článku je ukázaná možnosť využitia Curve Fitting Toolboxu pre výpočet parametrov modelu pomocou nelineárnej regresie pri matematickom modelovaní priebehu teploty v pneumatike. Tento nástroj nám umožňuje vyrábať parametre nami voleného modelu, vypočítať intervaly s 95%

pravdepodobnosťou výskytu parametrov a parametre, ktoré nám kvantifikujú kvalitu vypočítaného modelu (SSE, R-štvorec,...). Zároveň nám poskytuje grafické prostredie, z ktorého môžeme exportovať vypočítané dáta do Príkazového okna a vytvárať grafickú vizualizáciu výsledkov.

Literatúra

- [1] B. S. Oh, Y. J. Kim, N. J. Kim, H. Y. Moon, H. Y. Park. *Internal Temperature Distribution a Rolling Tire, Tire Science and Technology*. TSTCA, Vol. 23, No. 1, January-March, pp. 11-25, 1995.
- [2] J. Mercín, P. Zítek, P. *Pneumatiky*. SNTL Praha, 1985.
- [3] N. M. Trivisonno. *A review of radiation tire thermography - I, Elastomerics*. July, pp. 18-21, 1992.
- [4] I. Grajciar. *Numerické modelovanie aquaplaningu*. 2000.
- [5] A. Beláková, J. Slabeycius, R. Bartko. *Mathematical Modeling of Heat Process in Automobile Tyre*. INŽENÝRSKÁ MECHANIKA 2005, Národní konference s mezinárodní účastí, Svratka, Česká republika, 9. - 12. května 2005.

Ing. Róbert Bartko, PhD.
Katedra fyzikálneho inžinierstva materiálov
Fakulta priemyselných technológií, TnUAD
I. Krasku 491/30
020 32 Púchov
e-mail: bartko@fpt.tnuni.sk
tel.: +421 42 4613840