

VLIV ZMĚNY FÁZE VLNOVÉHO POLE NA ZMĚNU BARVY INTERFERENCEČNÍHO POLE V METODĚ POLARIZAČNÍ INTERFEROMETRIE

A.Mikš, J.Novák

katedra fyziky, Fakulta stavební ČVUT v Praze

Abstrakt

Měření malých dráhových resp. fázových rozdílů v optice se nejčastěji provádí interferometrickými metodami. Při malých hodnotách změny fáze bývá problematika vyhodnocování značně obtížná a je nutno mít k dispozici finančně velmi nákladná měřicí zařízení. Práce stručně popisuje navrženou metodu pro vyhodnocování malých fázových změn s použitím interference polychromatického světla a kolorimetrických metod. Článek pojednává o analýze vlivu změny optického dráhového rozdílu (resp. fáze vlnového pole) na změnu barvy interferencečnícího pole při užití metody polarizační interferometrie pro vyhodnocování fázových změn.

1 Úvod

S problematikou určení fáze vlnového pole se lze setkat v řadě oblastí vědy a techniky. V oblasti optické průmyslové metrologie se tyto metody používají např. při kontrole kvality optických soustav, tvaru povrchů, deformací, určování topografie ploch, drsnosti povrchů, apod.). Jinou oblastí, ve které se setkáváme s problematikou vyhodnocování fáze vlnového pole, je oblast optické mikroskopie, kde jde zejména o měření optických a jiných vlastností pozorovaného předmětu.

V praxi se využívá mnoha typů metod, které pracují na různých fyzikálních způsobech. Nejčastěji používanými jsou metody interferometrické, jež jsou založeny na dvousvazkové nebo vícesvazkové interferenci monochromatických i polychromatických vlnových polí [1-5]. Tyto měřicí a vyhodnocovací metody dosahují vysoké přesnosti. Pro vyhodnocení změny fáze se využívá širokého spektra vyhodnocovacích metod [3,5,10-21]. Měření malých fázových rozdílů v optice se nejčastěji provádí interferometrickými metodami a na základě deformace interferencečních proužků můžeme určit změnu fáze vyšetřovaného vlnového pole. Při malých hodnotách změny fáze bývá problematika vyhodnocování značně obtížná a je nutno mít k dispozici značně nákladná měřicí zařízení. V práci je stručně popsán princip jednoduché metody, využívající interference polychromatického záření. Změna fáze se v interferencečním poli projeví změnou barvy, přičemž každé barvě můžeme přiřadit určitou hodnotu změny fáze a tuto pak pomocí kolorimetrických metod vyhodnotit. Metoda je vzhledem ke své jednoduchosti vhodná pro praktické využití v řadě oblastí vědy a techniky jako je např. oblast topografie ploch, drsnost ploch a mikroskopie.

2 Vyhodnocovací metoda

Pro vyhodnocování fáze vlnového pole je možné využít též principu polarizační interferometrie. Princip polarizační interferometrie je založen na interferenci polarizovaných paprsků [1,2,3,4,8,9]. Nejsnáze toho dosáhneme pomocí dvojlomných optických prvků [1,2,8] umístěných mezi polarizátorem a analyzátozem. Pro normovanou intenzitu světla prošlého touto optickou soustavou pak platí [1,2,4,8,9]

$$I(\alpha, \beta, u, v, \lambda) = \cos^2(\beta - \alpha) - \sin 2\alpha \sin 2\beta \sin^2 \frac{\varphi(u, v, \lambda)}{2}, \quad (1)$$

kde α je úhel mezi směrem kmitů propuštěných polarizátorem a jedním z hlavních směrů dvojlomného prvku, β je úhel mezi směrem kmitů propuštěných analyzátozem a jedním z hlavních

směrů dvojlomného prvku, u a v jsou pravouhlé souřadnice vyšetřovaného bodu interferenčního pole, λ je vlnová délka světla a $\varphi(u, v, \lambda)$ je fázový rozdíl interferujících vlnových polí, platí

$$\varphi(u, v, \lambda) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(u, v, \lambda), \quad (2)$$

kde $\delta(u, v, \lambda)$ je dráhový rozdíl interferujících vlnových polí. Volíme-li vzájemnou polohu polarizátoru a analyzátoru tak, aby jejich propustné směry byly navzájem kolmé tj. $\beta - \alpha = \pi/2$ a úhel $\alpha = \pi/4$, potom má vztah (1) pro intenzitu I tvar

$$I(u, v, \lambda) = \sin^2 \frac{\varphi(u, v, \lambda)}{2} = \sin^2 \frac{\pi \delta(u, v, \lambda)}{\lambda}. \quad (3)$$

Hodnoty barevných podnětů v bodě o souřadnicích (u, v) poté určíme ze vztahů

$$\begin{aligned} X(u, v) &= \int_0^{\infty} \bar{x}(\lambda) W(\lambda) I(u, v, \lambda) d\lambda, \\ Y(u, v) &= \int_0^{\infty} \bar{y}(\lambda) W(\lambda) I(u, v, \lambda) d\lambda, \\ Z(u, v) &= \int_0^{\infty} \bar{z}(\lambda) W(\lambda) I(u, v, \lambda) d\lambda. \end{aligned} \quad (4)$$

Barevné souřadnice (x, y) barvy interferenčního pole v bodě (u, v) poté určíme ze vztahů

$$x(u, v) = \frac{X(u, v)}{X(u, v) + Y(u, v) + Z(u, v)}, \quad y(u, v) = \frac{Y(u, v)}{X(u, v) + Y(u, v) + Z(u, v)}.$$

Jak je z předchozích vztahů patrné, jsou barevné podněty závislé na dráhovém rozdílu $\delta = \delta(u, v, \lambda)$ a můžeme tedy na základě jejich hodnot tento dráhový rozdíl určit, známe-li jeho závislost na vlnové délce světla λ . Položme nyní

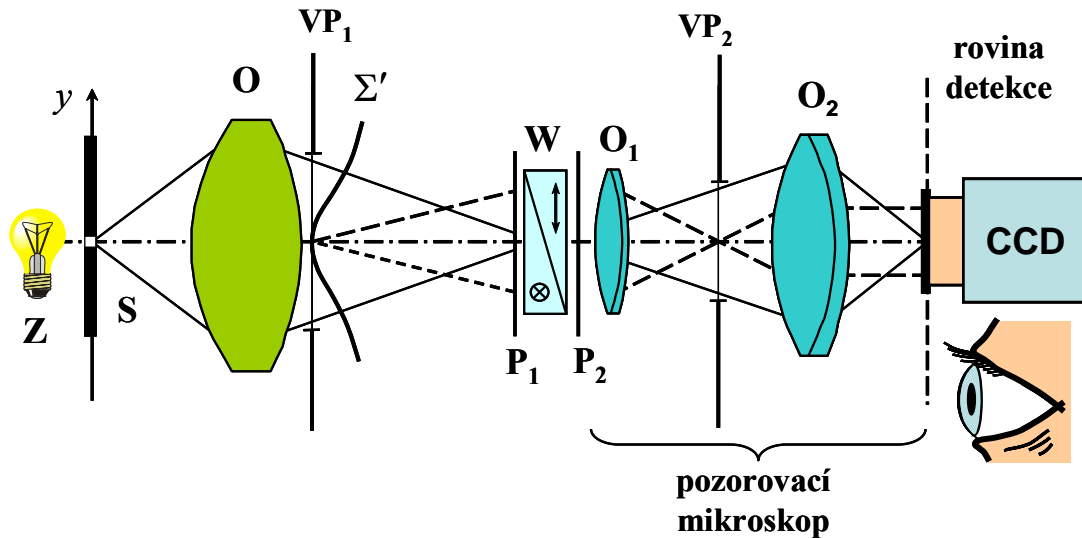
$$\delta = \delta_0 + \delta_A(u, v, \lambda), \quad (5)$$

kde δ_0 je konstantní člen daný nastavením měřicího zařízení a $\delta_A(u, v, \lambda)$ je funkcí souřadnic a vlnové délky světla λ . Volíme-li např. $\delta_0 = 565 \text{ nm}$, pak pro $\delta_A = 0$ bude mít interferenční pole purpurovou barvu. Pro nenulovou hodnotu δ_A v některém místě interferenčního pole dojde ke změně této purpurové barvy a to i pro velmi malé hodnoty δ_A . Proto se této barvě také říká „citlivá barva“ [1,2], neboť okem můžeme snadno rozpoznat i velmi malé hodnoty δ_A . Různé způsoby experimentálního uspořádání je možno najít v knihách [1,2].

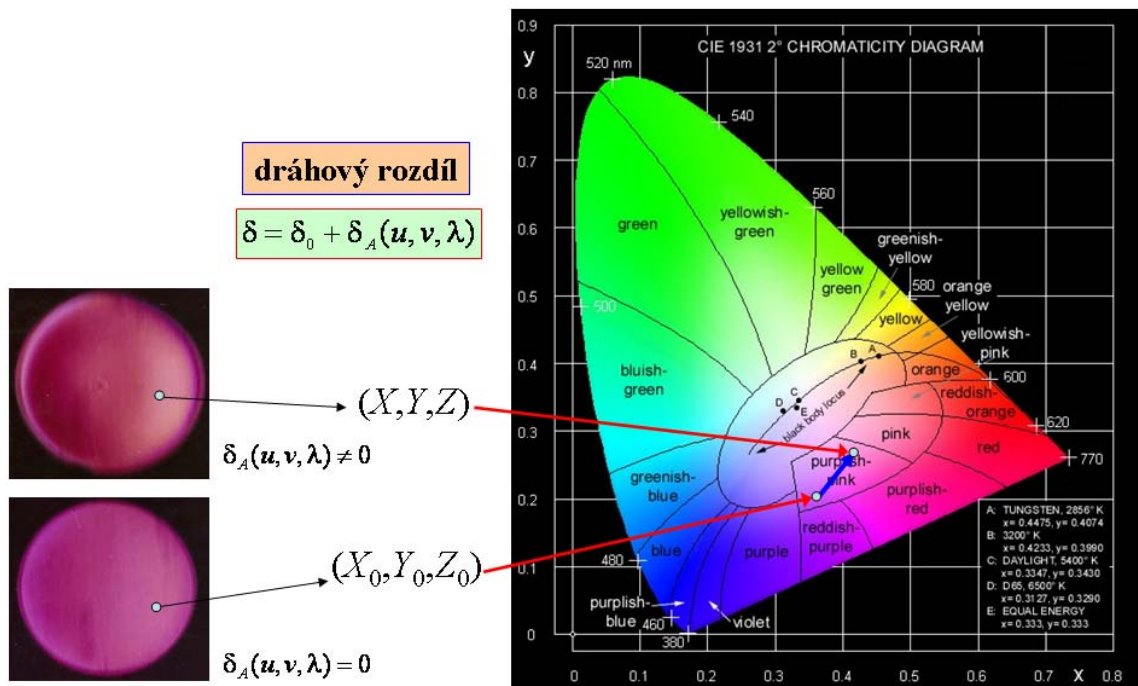
Detekované interferenční pole je tedy zbarveno v závislosti na velikosti dráhového rozdílu mezi interferujícími vlnami. Pro měření je možno použít například následujícího interferometru (obr.1). Rovnoměrně osvětlená štěrbina S je vyšetřovaným objektivem O zobrazena do roviny lokalizace interferenčních proužků Wollastonova hranolu W , který je umístěn mezi dvěma zkříženými polarizátory P_1 a P_2 . V důsledku dvojlomu dojde ve Wollastonově hranolu k rozdělení vstupujícího vlnového pole na dvě pole, která jsou vůči sobě úhlově pootočená a která spolu následně interferují. Vzniklý interferenční obrazec pozorujeme pomocným mikroskopem složeným z objektivu O_1 a okuláru O_2 buď vizuálně nebo s pomocí CCD kamery. Mikroskop je zaostřen na rovinu výstupní pupily VP_2 .

Předpokládejme nyní, že máme fyzikálně dokonalou optickou soustavu, ze které vystupuje ideální kulová vlnoplocha Σ' . Wollastonův hranol nám provede úhlový stříh a jelikož půjde o interferenci dvou kulových vln, úhlově otočených kolem společného středu, bude se zorné pole jevit rovnoměrně zbarvené použijeme-li bílého světla, neboť mezi oběma vlnoplochami bude konstantní dráhový rozdíl a pro nulový dráhový rozdíl bude zorné pole temné. V případě, že bude vyšetřovaná

optická soustava zatížená aberacemi, nebude již vystupující vlnoplocha plochou kulovou, ale nějakou obecnou plochou. V zorném poli nyní uvidíme interferenční proužky, které nám charakterizují změnu dráhového rozdílu mezi oběma interferujícími vlnami. V případě velmi malých aberací, např. u kvalitních mikroskopových objektivů, je deformace vlnoplochy velmi malá a tudíž již neuvidíme interferenční proužky a interferenční pole bude nerovnoměrně zbarvené. Vlivem malého nekonzstantního dráhového rozdílu mezi interferujícími vlnami se změní barva pozorovaného interferenčního pole (obr.2).



Obr.1: Stříhový interferometr pro testování kvality optických soustav



Obr.2: Změna barvy interferenčního pole v závislosti na změně dráhového rozdílu

Změnu barvy interferenčního pole můžeme vypočítat s pomocí vztahů (3), (4) a (5). V tabulce 1 jsou uvedeny hodnoty barevných souřadnic (x, y) , které odpovídají různým dráhovým rozdílkům δ_A . Pozorovaná barva bude záviset na hodnotě konstantního dráhového rozdílu δ_0 . Pro naši analýzu jsme zvolili $\delta_0 = 545 \text{ nm}$ a normalizovaný zdroj A.

Tabulka 1: BAREVNÉ SOUŘADNICE PRO DRÁHOVÝ ROZDÍL δ_A ($\delta_0 = 545$ nm, ZDROJ A)

δ_A [nm]	x	y	barva
0	0,42523	0,20407	světle purpurová
10	0,36395	0,17936	purpurová
20	0,30369	0,16582	tmavě purpurová
50	0,1888	0,19479	modrá
75	0,17893	0,25691	modrozelená
100	0,20767	0,31531	světle zelená
150	0,28821	0,39564	světle žlutozelená
200	0,36167	0,44061	žlutozelená

Dráhový rozdíl mezi interferujícími vlnami můžeme nalézt zpětnou analýzou pozorovaného interferenčního pole. Zabýváme se nyní případem, kdy intenzita světla I je kvadratickou funkcí dráhového rozdílu δ_A . Podle vztahu (3) tedy platí

$$I = \sin^2 \frac{\pi\delta}{\lambda} \approx \sin^2 \frac{\pi\delta_0}{\lambda} + \pi(A/\lambda + B + C\lambda) \sin \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} + \pi^2(A/\lambda + B + C\lambda)^2 \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda}. \quad (6)$$

Dosazením do (4) dostáváme pro hodnoty barevných podnětů v bodě o souřadnicích (u, v) vztahy

$$\begin{aligned} X &= X_0 + AX_1 + BX_2 + CX_3 + A^2X_{11} + B^2X_{22} + C^2X_{33} + ABX_{12} + ACX_{13} + BCX_{23}, \\ Y &= Y_0 + AY_1 + BY_2 + CY_3 + A^2Y_{11} + B^2Y_{22} + C^2Y_{33} + ABY_{12} + ACY_{13} + BCY_{23}, \\ Z &= Z_0 + AZ_1 + BZ_2 + CZ_3 + A^2Z_{11} + B^2Z_{22} + C^2Z_{33} + ABZ_{12} + ACZ_{13} + BCZ_{23}. \end{aligned} \quad (7)$$

Pro koeficienty ve vztazích (7) platí

$$\begin{aligned} X_0 &= \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \sin^2 \frac{\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, & X_1 &= \pi \int_0^\infty \frac{\bar{x}(\lambda)W(\lambda)}{\lambda} \sin \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, \\ X_2 &= \pi \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \sin \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, & X_3 &= \pi \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \sin \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} \lambda d\lambda, \\ X_{11} &= \pi^2 \int_0^\infty \frac{\bar{x}(\lambda)W(\lambda)}{\lambda^2} \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, & X_{22} &= \pi^2 \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, \\ X_{33} &= \pi^2 \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} \lambda^2 d\lambda, & X_{12} &= 2\pi^2 \int_0^\infty \frac{\bar{x}(\lambda)W(\lambda)}{\lambda} \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, \\ X_{13} &= 2\pi^2 \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} d\lambda, & X_{23} &= 2\pi^2 \int_0^\infty \bar{x}(\lambda)W(\lambda) \cos \frac{2\pi\delta_0}{\lambda} \lambda d\lambda. \end{aligned} \quad (8)$$

Vztahy platící pro Y resp. Z získáme záměnou hodnot $\bar{x}(\lambda)$ za $\bar{y}(\lambda)$ resp. $\bar{z}(\lambda)$ v předchozích vztazích. Jak je ze vztahů (8) patrné, pro danou hodnotu δ_0 a spektrální rozdělení energie $W(\lambda)$ světla zdroje se hodnoty uvedených koeficientů nemění.

Vztahy (7) nám umožňují vypočítat hodnoty funkcí $A = A(u, v)$, $B = B(u, v)$ a $C = C(u, v)$ v bodě (u, v) . Mnohem jednodušší je pro výpočet A , B a C užít některou z optimalizačních metod [24]. Abychom to mohli provést, definujme si funkci, jejíž minimum máme nalézt, ve tvaru

$$g(A, B, C) = (X - \bar{X})^2 + (Y - \bar{Y})^2 + (Z - \bar{Z})^2, \quad (9)$$

kde $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$ jsou změřené hodnoty barevných podnětů v bodě o souřadnicích (u, v) a $X(A, B, C)$, $Y(A, B, C)$ a $Z(A, B, C)$ jsou pravé strany rovnic (7). Užitím optimalizačních metod na funkci $g(A, B, C)$ získáme požadované hodnoty A, B, C .

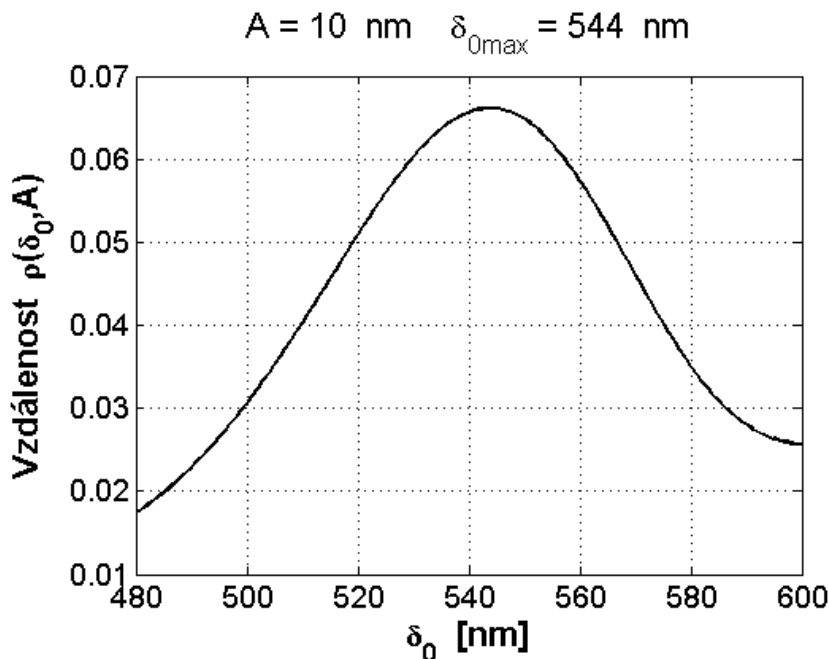
3 Citlivost změny barvy interferenčního pole na změnu fáze

V práci je zkoumána závislost fázové změny resp. změny dráhového rozdílu na změnu barvy interferenčního pole. Pro analýzu byly použity různé barevné systémy (XYZ, LAB, LUV).

Nyní budeme chtít určit hodnotu konstantního dráhového rozdílu δ_0 , který je nejcitlivější na změnu fáze vlnového pole. Zabývejme se problémem závislosti vzdálenosti dvou bodů v diagramu chromatičnosti na dráhovém rozdílu δ_0 . Jsou-li $x(\delta_0, \delta_A)$ a $y(\delta_0, \delta_A)$ trichromatické souřadnice bodu v diagramu chromatičnosti odpovídající dráhovému rozdílu $\delta = \delta_0 + \delta_A$, $x(\delta_0, 0)$ a $y(\delta_0, 0)$ trichromatické souřadnice bodu odpovídající dráhovému rozdílu $\delta = \delta_0$, potom pro vzájemnou vzdálenost těchto bodů v diagramu chromatičnosti platí

$$\rho(\delta_0, \delta_A) = \sqrt{[x(\delta_0, 0) - x(\delta_0, \delta_A)]^2 + [y(\delta_0, 0) - y(\delta_0, \delta_A)]^2}. \quad (10)$$

Jak je ze vztahu (9) patrné, závisí tato vzdálenost na hodnotách δ_0 a δ_A . Pro danou hodnotu δ_A bude existovat taková hodnota $\delta_0 = \delta_0(\delta_A)$, kdy bude tato vzdálenost nabývat maximální hodnoty. Na obr.3 je znázorněna závislost δ_0 na dráhovém rozdílu $\delta_A = A = 10$ nm. Jak je z obrázku patrné, bude vzdálenost bodů $\rho(\delta_0, \delta_A)$ maximální pro $\delta_0 = 544$ nm.



Obr.3: Graf závislosti $\rho(\delta_0, \delta_A)$ pro $\delta_A = A$ (CIE XYZ)

Nevýhodou barevného systému CIE XYZ je to, že stejné lineární vzdálenosti dvou bodů v různých částech barevného trojúhelníka stejným subjektivně vnímaným rozdílem vjemu barvy. Pokud je tedy nutné změnu barvy charakterizovat subjektivně, např. při pozorování interferenčního obrazce lidským okem, potom je vhodné použít barevné systémy CIE LUV resp. CIE LAB, které v celém barevném

prostoru přisuzují stejným subjektivně vnímaným rozdílům vjemů barvy přibližně stejné vzdálenosti. Při použití přibližně rovnoměrné soustavy CIE LUV máme

$$L^* = 116(Y/Y_n)^{1/3} - 16, \quad \text{pro } (Y/Y_n) > 0,008856,$$

$$L^* = 903,3(Y/Y_n), \quad \text{pro } (Y/Y_n) \leq 0,008856,$$

$$u^* = 13L^*(u' - u'_n),$$

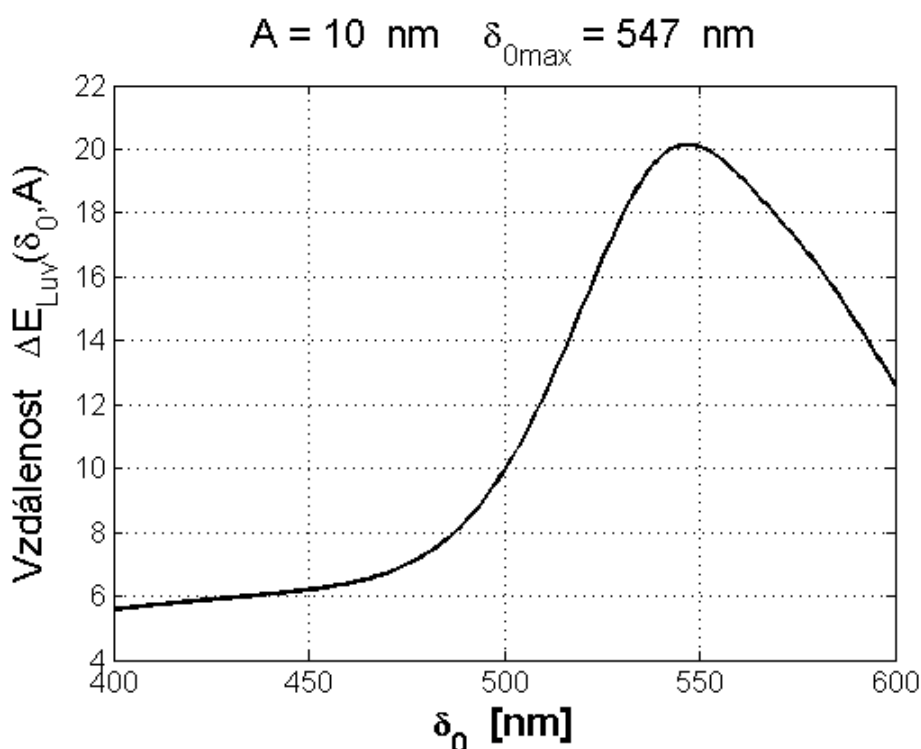
$$v^* = 13L^*(v' - v'_n),$$

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}, \quad v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}, \quad u'_n = \frac{4X_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}, \quad v'_n = \frac{9Y_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n},$$

kde X, Y, Z jsou trichromatické složky barevného podnětu a X_n, Y_n, Z_n jsou trichromatické složky normalizovaného světla, použitého pro výpočet (např. zdroj A), upravené tak, aby pro dokonalý rozptylovač světla bylo $Y_n = 100$. Pro vystižení subjektivního rozdílu barvy se poté používá výpočtu vzdálenosti

$$\Delta E_{uv}^* = \sqrt{(\Delta L^*)^2 + (\Delta u^*)^2 + (\Delta v^*)^2}.$$

S použitím předchozích vztahů byla provedena analýza vlivu změny dráhového rozdílu δ_0 na dráhovém rozdílu δ_A . Na obr.4 je znázorněna závislost δ_0 na dráhovém rozdílu $\delta_A = A = 10$ nm. Jak je z obrázku patrné, bude vzdálenost $\Delta E_{uv}^*(\delta_0, \delta_A)$ maximální pro $\delta_0 = 547$ nm.



Obr.4: Graf závislosti $\Delta E_{uv}^*(\delta_0, \delta_A)$ pro $\delta_A = A$ (CIE LUV)

4 Přesnost vyhodnocení změny fáze

Předpokládejme nyní, že položíme koeficienty $B = C = 0$ ve vztahu (6). Potom pro normalizovanou hodnotu intenzity interferenčního pole můžeme psát

$$I = \sin^2 \frac{\pi \delta}{\lambda} \approx \sin^2 \frac{\pi \delta_0}{\lambda} + \pi(A/\lambda) \sin \frac{2\pi \delta_0}{\lambda} + \pi^2 (A/\lambda)^2 \cos \frac{2\pi \delta_0}{\lambda}. \quad (11)$$

Vztahy (7) se poté zjednoduší následovně

$$X = X_0 + AX_1 + A^2X_{11}, \quad Y = Y_0 + AY_1 + A^2Y_{11}, \quad Z = Z_0 + AZ_1 + A^2Z_{11}. \quad (12)$$

Z předchozích vztahů lze již zpětně vypočítat dráhový rozdíl A_{calc} pro hodnoty barevných podnětů X , Y , Z , odpovídající dráhovému rozdílu $\delta_A = A$ pro normalizovaný zdroj A a konstantní dráhový rozdíl $\delta_0 = 545$ nm. Výsledky počítačové simulace jsou znázorněny v tabulce 2, kde A_{calc} je vypočítaná hodnota dráhového rozdílu, která odpovídá barevným podnětům X , Y a Z (přesně vypočteny pro dráhový rozdíl A), a δA je relativní chyba vypočtených hodnot. Jak je možno pozorovat z tabulky 2, použitá kvadratická aproximace vyhovuje velmi dobře pro dráhový rozdíl $A \leq 50$ nm (chyba menší nežli 5 %).

Tabulka 2: VÝPOČET DRÁHOVÉHO ROZDÍLU S POUŽITÍM KVADRATICKÉ APROXIMACE, $B=C=0$

A [nm]	X	Y	Z	A_{calc} [nm]	δA [%]
10	1142.3	562.9	1433.4	9.9753	0.25
20	955.7	521.9	1669.5	19.782	1.09
30	824.1	540.2	1908.8	29.265	2.45
50	728.7	751.8	2379.1	47.483	5.03

4 Závěr

V práci byla stručně popsána jednoduchá metoda vyhodnocení malých fázových změn vlnového pole, využívající interference polychromatického záření. Změna fáze se v interferenčním poli projeví změnou barvy. Každé barvě můžeme přiřadit určitou hodnotu změny fáze a tuto změnu pak pomocí kolorimetrických metod vyhodnotit. Je provedena podrobná teoretická analýza vlivu změny fáze vlnového pole na změnu barvy interferenčního pole s užitím výpočetního prostředí MATLAB.

Práce byla podpořena v rámci projektu MSM6840770022 Ministerstva školství ČR.

Literatura

- [1] M.Francon, *Optical Interferometry*, Academic Press, N.Y. 1966.
- [2] M.Francon, S.Mallick, *Polarization Interferometers: Applications in Microscopy and Macroscopy*, Wiley-Interscience, N.Y. 1971.
- [3] D.Malacara, *Optical Shop Testing*, John Wiley & Sons, N.Y. 1992.
- [4] M.Born, E.Wolf, *Principles of Optics*, Pergamon Press, N.Y. 1964.
- [5] A.Mikš, Interferometrické metody vyhodnocování sférických ploch v optice. In: *Jemná mechanika a optika*. 2001, roč. 46, č. 1, s. 29-35.
- [6] A.Mikš, *Aplikovaná optika 10*, Vydavatelství ČVUT, Praha 2000.
- [7] M.Jiráček, A.Mikš, V.Opočenský, J.Růžek, P.Scheufter, M.Spěvák, P.Stýblo, M.Urban, *Technické základy fotografie*. Komora fotografických živností, Praha 2002.
- [8] Č.Strouhal, V.I.Novák, *Optika*, JČMF, Praha 1919.
- [9] J.Fuka, B.Havelka, *Optika*, SPN, Praha 1961.
- [10] K.Creath, *Progress in Optics Vol.XXVI*, E.Wolf, Ed., Elsevier Science Publisher, Amsterdam 1988.
- [11] P. de Groot, *Applied Optics* **34**, 4723-4730 (1995).

- [12] K.G.Larkin, B.F.Oreb, J. Opt. Soc. Am. A **9**, 1740-1748 (1992).
- [13] J.Schwider, Progress in Optics Vol.XXIX, E.Wolf, Ed., Elsevier Science Publisher, Amsterdam 1990.
- [14] Novák, J.: Five-step phase-shifting algorithms with unknown values of phase shift. Optik. 2003, Vol. 114, No. 2, p. 63-68.
- [15] Novák, J.: Analýza vícekových algoritmů pro metodu elektrooptické holografie. Jemná mechanika a optika. 2003, roč. 48, č. 4, s. 108-113.
- [16] Novák, J.: Analysis of Phase Evaluation Algorithms in an Interferometric Method for Static Deformation Measurement. Acta Polytechnica, Vol.42, No.4, 2002, p.35-41.
- [17] Novák, J.: New Phase Shifting Algorithms Insensitive to Linear Phase Shift Errors. Acta Polytechnica, Vol.42, No.4, 2002, p.51-56.
- [18] Novák, J.: Vícekrové algoritmy nezávislé na lineární chybě fázového posuvu. Jemná mechanika a optika. 2002, roč. 47, č. 11-12, s. 348-352.
- [19] Novák, J.: Analýza chyb při měření deformací metodou elektro-optické holografie. Jemná mechanika a optika. 2000, roč. 45, č. 6, s. 166-170.
- [20] Mikš, A., Novák, J.: Interferometric method for deformation measurement of structures in industry. Proc. of SPIE Vol.5036, SPIE 2002, p.20-24.
- [21] Novák, J., Mikš, A.: Comparison of multiframe phase-shifting algorithms with unknown value of phase shift. Proc. of SPIE Vol.5144, SPIE 2003, p.86-95.
- [22] McCamy, C.S.: Simulation of Daylight for Viewing and Measuring Color. Color Res. Appl., **19**, pp.434-445 (1994).
- [23] Malacara, D.: *Color Vision and Colorimetry: Theory and Applications*. SPIE Vol. No.: PM105 (2004).
- [24] Gill, P.E., Murrey, W.: *Numerical Methods for Constrained Optimization*. Academic Press, N.Y. 1974.
- [25] <http://www.cie.co.at/framepublications.html>
- [26] <http://www.cvrl.org/>

Prof.RNDr.Antonín Mikš,CSc, katedra fyziky, FSv ČVUT, Praha., tel: 224354948, fax: 233333226,
e-mail: miks@fsv.cvut.cz

Ing.Jiří Novák,PhD, katedra fyziky, FSv ČVUT, Praha., tel: 224354435, fax: 233333226,
e-mail: novakji@fsv.cvut.cz