

# GENEROVÁNÍ VÍCEKANÁLOVÉHO DITHERU

Z. Bureš, F. Kadlec

ČVUT v Praze, Fakulta elektrotechnická, katedra radioelektroniky

## Abstrakt

Při kvantizaci zvukových signálů dochází ke vzniku chybového signálu, který ovlivňuje kvalitu zpracovávaného zvuku. Za účelem zlepšení perceptuálních vlastností kvantizačního šumu je využíván aditivní šum, tzv. dither. V následujícím článku je uvedena metoda efektivního generování ditheru pro vícekanálový audio signál.

## 1 Úvod

Číslicové zpracování zvukových signálů (*DSP*) s sebou přináší jevy, které mají vliv na vnímanou kvalitu zvuku. Chybový signál vznikající při kvantizaci signálu, tzv. kvantizační šum, se negativně projevuje zejména u signálů nízké úrovně. Zde ztrácí charakter šumu a začne se projevovat vznikem harmonických složek [1]. Podstatným aspektem kvantizačního šumu je závislost jeho vlastností na vstupním kvantovaném signálu. Ukazuje se, že pro zlepšení vnímané jakosti zvuku je nutné tuto závislost potlačit, nebo alespoň zčásti odstranit. Za tímto účelem je využíván aditivní šum, tzv. dither. Dither je pseudonáhodný signál přičítaný ke vstupnímu signálu, jehož vlastnosti, zejména rozdělení hustoty pravděpodobnosti (*PDF*), determinují parametry výsledného chybového signálu. Pomocí nesubtraktivního ditheringu lze zaručit nezávislost pouze základních statistických momentů chybového signálu na vstupním signálu [2]. Z hlediska vnímané kvality se jako perceptuálně významné jeví první dva statistické momenty ditheru, tedy střední hodnota a rozptyl. Jejich nezávislost na vstupním signálu je zajištěna použitím pseudonáhodného signálu s alespoň trojúhelníkovým rozdělením hustoty pravděpodobnosti. Použitím ditheringu docílíme potlačení nežádoucích složek vznikajících v průběhu *DSP* zvukových signálů. Ačkoliv přidáním ditheru dochází ke snížení celkové úrovně odstupů signálu od šumu, vnímání takto upravených zvukových signálů je příznivější.

Vícekanálový zvuk implikuje potřebu generovat současně více realizací ditheru. Pro optimální prostorový vjem chybového signálu je vhodné, aby na každý zvukový kanál byla aplikována nezávislá realizace ditheru. Při použití jedné realizace pseudonáhodného signálu ve více kanálech by mohlo docházet ke korelaci šumu mezi kanály, s negativním dopadem na vjem kvality. Generování nezávislé realizace ditheru pro každý kanál samostatně může však být výpočetně neúnosné. Vhodný vícekanálový dither lze efektivně generovat pomocí speciálně navržených matic.

## 2 Základní definice

Při zpracování zvukových signálů budeme předpokládat *A/D* převodník, který provádí v podstatě oříznutí či zaokrouhlení vstupního signálu  $x$ . Dither  $v$  je náhodný signál, přidaný ke vstupnímu signálu před kvantizací, za účelem dosažení nezávislosti základních statistických momentů celkového chybového signálu  $\varepsilon$  na vstupu, kde

$$\varepsilon = y - x - v \quad (1)$$

Označíme-li  $q$  amplitudu odpovídající nejméně významnému bitu (*LSB*), můžeme definovat náhodný proces s rovnoměrnou hustotou rozložení pravděpodobnosti (*RPDF*) jako

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{q} & \text{pro } -\frac{q}{2} < x \leq \frac{q}{2} \\ 0 & \text{jinak} \end{cases} \quad (2)$$

Sečteme-li  $n$  náhodných  $RPDF$  procesů, budeme výsledný náhodný proces označovat jako  $nRPDF$ . Důležitý je výsledek, který říká, že nesubstraktivní dither, generovaný sumací  $n$  statisticky nezávislých  $RPDF$  procesů, dává  $n$  prvních statistických momentů celkové chyby nezávislých na vstupu systému, a pro  $n \geq 2$  způsobuje celkový chybový výkon rovný  $(n+1)q^2/12$  [2]. Pro zpracování zvukových signálů stačí obvykle použít dither typu  $2RPDF$ , tedy s trojúhelníkovou hustotou pravděpodobnosti, neboť pouze první dva statistické momenty (střední hodnota a rozptyl) se jeví jako perceptuálně významné. Pokud jsou navíc jednotlivé vzorky ditheru vzájemně nezávislé, pak má chybový signál charakter bílého šumu a je vhodný také pro systémy s tvarováním šumu.

### 3 Generování pseudonáhodných signálů

Pro generování ditheru používaném při zpracování zvukových signálů postačují jednoduché kongruenční generátory, jsou-li vhodně navrženy. Lineární kongruenční generátor tvoří periodické posloupnosti kladných celých čísel  $I_n$  tak, že

$$I_{n+1} = (JI_n + 1) \bmod M, \quad n = 1, 2, 3, \dots, M-1 \quad (3)$$

kde  $J$  je zvolená konstanta, počáteční člen  $I_0$  lze volit libovolně. Perioda posloupnosti je zřejmě menší nebo rovna  $M$ . Perioda je přímo rovna  $M$ , pokud

$$J = 4K + 1 \quad \text{a} \quad M = 2^L \quad (4)$$

kde  $K$  a  $L$  jsou celá čísla tak, že  $M > J$ .  $L$  lze chápat jako délku slova v bitech. Pro zpracování stereofonního zvukového signálu při vzorkovací frekvenci 44,1 kHz je třeba zvolit  $L > 20$ . Vhodné je například volit

$$\begin{aligned} J &= 4(2^{12} - 1) + 1 \\ M &= 2^{32} \\ I_0 &= 291 \end{aligned} \quad (5)$$

Náhodný signál typu  $2RPDF$  lze vytvořit sečtením párů vzorků ze dvou  $RPDF$  sekvencí. Takový dither pak může být pomocí  $D/A$  převodníku s vysokým rozlišením veden na analogový vstup systému jako analogový dither.

### 4 Vícekanálový dither

Jak bylo řečeno, dither typu  $nRPDF$  lze vytvořit generováním  $n$  nezávislých náhodných procesů s rovnoměrným rozložením hustoty pravděpodobnosti a jejich součtem. Pro vícekanálový systém je však tento způsob značně neefektivní a může být výpočetně příliš náročný. Proto je snaha využít náhodných čísel vícekrát. Například při zpracování stereofonního signálu lze generovat dvě  $RPDF$  posloupnosti  $\eta_1$  a  $\eta_2$ , pro jeden kanál vzorky sčítat a pro druhý odečítat [3]:

$$\begin{aligned} v_1 &= \eta_1 + \eta_2 \\ v_2 &= \eta_1 - \eta_2 \end{aligned} \quad (6)$$

Takto jednoduše vzniklé posloupnosti  $2RPDF$  nejsou ovšem navzájem statisticky nezávislé, je tedy třeba prokázat, že jejich použití nepovede ke vzájemné korelaci chybových signálů mezi kanály.

Výše popsany způsob lze zobecnit pro více kanálů s tím, že vyloučíme vzájemné korelace chybových signálů mezi kanály. Výstup generátoru ditheru budeme uvažovat jako sloupcový vektor

$\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_N)^T$ , kde  $N$  je počet zvukových kanálů. Jednotlivé vnitřní *RPDF* procesy lze označit rovněž vektorem  $\boldsymbol{\eta} = (\eta_1, \dots, \eta_M)^T$ , obecně  $M \neq N$ . Pak platí

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\boldsymbol{\eta} \quad (7)$$

kde

$$\mathbf{A} = (a_{ij}) \quad (8)$$

je konstantní matice  $N \times M$ . Lze dokázat [2], že není možné generovat více než  $N$  nekorelovaných náhodných procesů kombinacemi  $N$  náhodných procesů, tedy  $M \geq N$ . Pro výše uvedené schéma je například

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

Pro vyloučení vzájemné korelace chybového signálu mezi kanály je nutné, aby řádky matice  $\mathbf{A}$  byly vzájemně ortogonální. Aby bylo  $N$  vektorů délky  $M$  ortogonálních, je třeba, aby  $M \geq N$ , tudíž nelze generovat více ortogonálních náhodných procesů, než kolik dodáme dílčích  $\eta_i$ . Zatímco matice splňující podmínku ortogonality řádkových vektorů jsou časté, požadavek, aby výstupní dithery  $v_i$  byly řádu *nRPDF* situaci podstatně komplikuje. Pak totiž každý řádek matice musí obsahovat právě  $n$  prvků, rovných buď 1 nebo  $-1$ , a zbytek nuly.

## 5 Optimální generování vícekanálového ditheru

Vícekanálový generátor ditheru považujeme za optimální, pokud poskytuje nekorelované hodnoty ditheru v jednotlivých kanálech a vyžaduje generování pouze jedné nové náhodné hodnoty na kanál a vzorek. Tato situace nastane tehdy, je-li matice  $\mathbf{A}$  čtvercová. Taková schémata budeme nazývat  $(N,n)$ -optimální, kde  $N$  je počet kanálů a  $n$  je řád výsledného ditheru. Čtvercová matice  $\mathbf{A}$  je  $(N,n)$ -optimální, pokud [2]

1.  $a_{ij} \in \{0, 1, -1\} \forall (i, j)$ ,
2. každý řádek matice obsahuje právě  $n$  prvků absolutní hodnoty 1,
3. řádky matice jsou vzájemně ortogonální.

Následující příklady demonstrují základní  $(N,n)$ -optimální matice

$$(N,n) = (2,2), \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$(N,n) = (4,3), \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$(N,n) = (6,5), \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Pro tvorbu dalších optimálních schémat platí následující pravidla [2]:

- prohození dvou řádků či sloupců v  $(N,n)$ -optimální matici dává opět  $(N,n)$ -optimální matici,
- násobení řádku či sloupce  $(N,n)$ -optimální matice konstantou  $-1$  dává opět  $(N,n)$ -optimální matici,
- je-li  $\mathbf{A}$   $(N_1,n)$ -optimální matice,  $\mathbf{B}$  je  $(N_2,n)$ -optimální matice a  $\mathbf{O}$  je nulová matice  $N_1 \times N_2$ , pak

$$\mathbf{A} \oplus \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (13)$$

je  $(N_1 + N_2, n)$ -optimální matice,

- je-li  $\mathbf{A} = (a_{ij})$   $(N_1, n_1)$ -optimální matice a  $\mathbf{B}$  je  $(N_2, n_2)$ -optimální matice, pak

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{B} = \begin{bmatrix} a_{11}\mathbf{B} & a_{12}\mathbf{B} & \cdots & a_{1N_1}\mathbf{B} \\ a_{21}\mathbf{B} & a_{22}\mathbf{B} & \cdots & a_{2N_1}\mathbf{B} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N_11}\mathbf{B} & a_{N_12}\mathbf{B} & \cdots & a_{N_1N_1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (14)$$

je  $(N_1N_2, n_1 n_2)$ -optimální matice.

Například kombinací dvou základních  $(2,2)$ -optimálních matic podle rovnice (10) můžeme dostat  $(4,2)$ -optimální matici, pomocí které lze optimálně vygenerovat dither pro čtyři kanály, přičemž každý z nich je  $2RPDF$  (trojúhelníkové rozdělení hustoty pravděpodobnosti)

$$\mathbf{A} \oplus \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

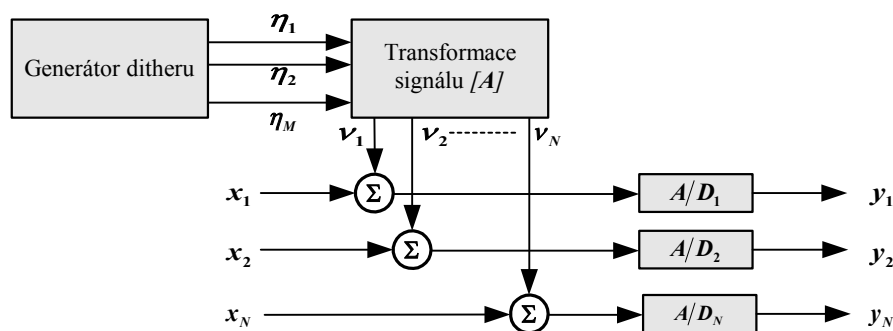
Pro  $(4,4)$ -optimální matici podobně platí

$$\mathbf{A} \otimes \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

Pro libovolný počet kanálů  $N$  a řád ditheru  $n$  optimální matice obecně neexistují. Například neexistují optimální schémata pro  $(N, n) \in \{(3,2), (3,3), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)\}$ . V takovém případě je možné použít nejbližší větší optimální schéma a některé hodnoty vypustit. Poněkud to ovšem snižuje efektivitu výpočtu.

## 6 Implementovaný generátor

Tvorba ditheru pro vícekanálovou zvukovou soustavu s požadovaným rozdělením  $PDF$  je uskutečnitelná generováním nezávislých realizací  $RPDF$  šumu s následným násobením optimálně navrženou maticí  $A$ . Výsledkem je pak soubor ditherů s definovanou  $PDF$ , použitelných pro vícekanálový systém. Blokové schéma vícekanálového zpracování zvukových signálů s nesubtraktivním ditherem je na obr. 1.



Obr.1. Blokové schéma vícekanálového kvantizéru s nesubtraktivním ditherem.

Generátor vícekanálového ditheru je implementován v prostředí MATLAB. Umožňuje volit typ požadovaného rozdělení (rovnoměrné, trojúhelníkové a Gaussovo), délku ditheru (počet vzorků), amplitudu v počtu kvantovacích úrovní (minimum a maximum) a konečně počet kanálů (1 až 6). Po zadání vstupních parametrů ditheru se vytvoří požadovaný signál. Lze vykreslit spektrum a histogram všech kanálů vygenerovaného ditheru. Vygenerovaný signál se ukládá do specifikovaného souboru typu `.mat` jako proměnná MATLABU s názvem `Data`. Proměnná `Data` je ve tvaru matice, která má počet řádků roven počtu kanálů a počet sloupců roven délce signálu. Vzhled uživatelského rozhraní generátoru je na obr. 2 v příloze.

Pro generování signálu s rovnoměrným  $PDF$  je pouze použita funkce `rand`, přičemž je upraven rozsah hodnot podle požadované amplitudy. V případě generování signálu s Gaussovým rozdělením  $PDF$  je situace obdobná, pouze je použita vestavěná funkce `nrand`. Tato funkce generuje náhodné hodnoty s daným rozdělením o jednotkové střední hodnotě a rozptylu. Vzhledem k nenulové pravděpodobnosti výskytu hodnot větších v absolutní hodnotě než jedna, jsou hodnoty nejprve normalizovány tak, aby extrémní hodnota byla rovna  $\pm 1$ . Poté je upravena amplituda.

Pro generování trojúhelníkového ditheru je využito výše popsané metody. Jsou navrženy tři  $(N,n)$ -optimální matice:  $(2,2)$ ,  $(4,2)$  a  $(6,2)$  pro tvorbu dvou, čtyř, resp. šesti kanálů ditheru typu  $2RPDF$ . V případě lichého počtu kanálů je použita matice s nejbližším vyšším počtem kanálů, z nichž jeden je ignorován. Tím je porušena výpočetní optimalita, ale pro generování běžných signálů není výpočet příliš náročný.

Na obrázcích v příloze jsou uvedeny příklady spekter a histogramů vygenerovaných ditherů s rovnoměrným rozdělením, trojúhelníkovým a konečně Gaussovým  $PDF$ . U všech byla nastavena vzorkovací frekvence 44100 Hz, délka 1 s, a amplituda  $\langle -1,1 \rangle$ .

## 7 Závěr

Na základě uvedené analýzy byl v programovém prostředí MATLAB implementován optimální generátor vícekanálového ditheru, umožňující tvorbu aditivního šumu až pro šest zvukových kanálů. Vygenerovaný dither je nekorelovaný a jeho vlastnosti lze měnit v několika stupních volnosti. Generátor bude využíván při zpracování zvukových signálů v souvislosti s psychoakustickými testy.

Práce byla podpořena grantem GAČR č. 102/05/2054 „Kvalitativní aspekty zpracování audiovizuální informace v multimediálních systémech“ a výzkumným záměrem MSM č. 6840770014 „Výzkum perspektivních informačních a komunikačních technologií“.

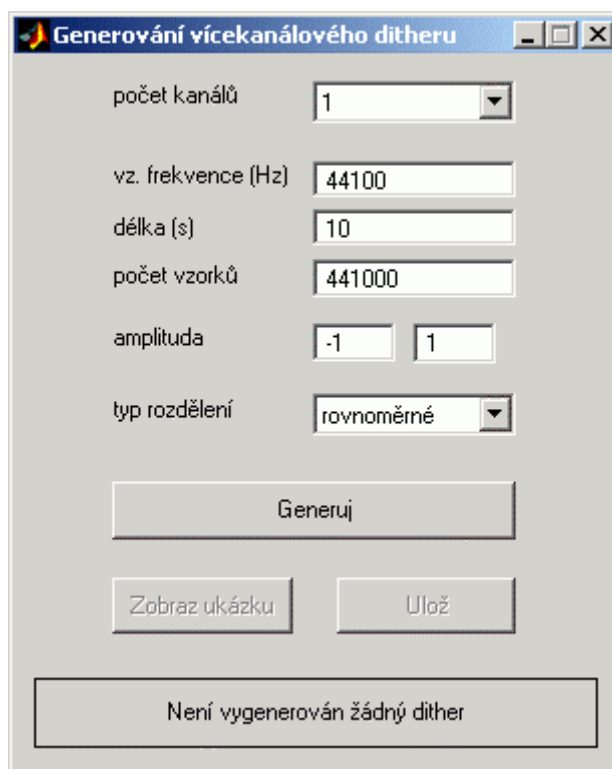
## Literatura

- [1] F. KADLEC. *Zpracování akustických signálů*. Skripta, nakladatelství ČVUT, 2002
- [2] R.A. WANNAMAKER. *Efficient Generation of Multichannel Dither Signals*. J. Audio Eng. Soc., Vol. 52, No. 6, 2004 June
- [3] M.A. GERZON, P.G. CRAVEN, J.R. STUART, R.J. WILSON. *Psychoacoustic Noise-Shaped Improvements In CD And Other Linear Digital Media*. J. Audio Eng. Soc. (abstracts), Vol. 41, str. 394, 1993 December, preprint 3501
- [4] ROBERT A. WANNAMAKER. *Subtractive and Nonsubtractive Dithering - A Mathematical Comparison*. J. Audio Eng. Soc., Vol. 52, No. 12, 2004 December

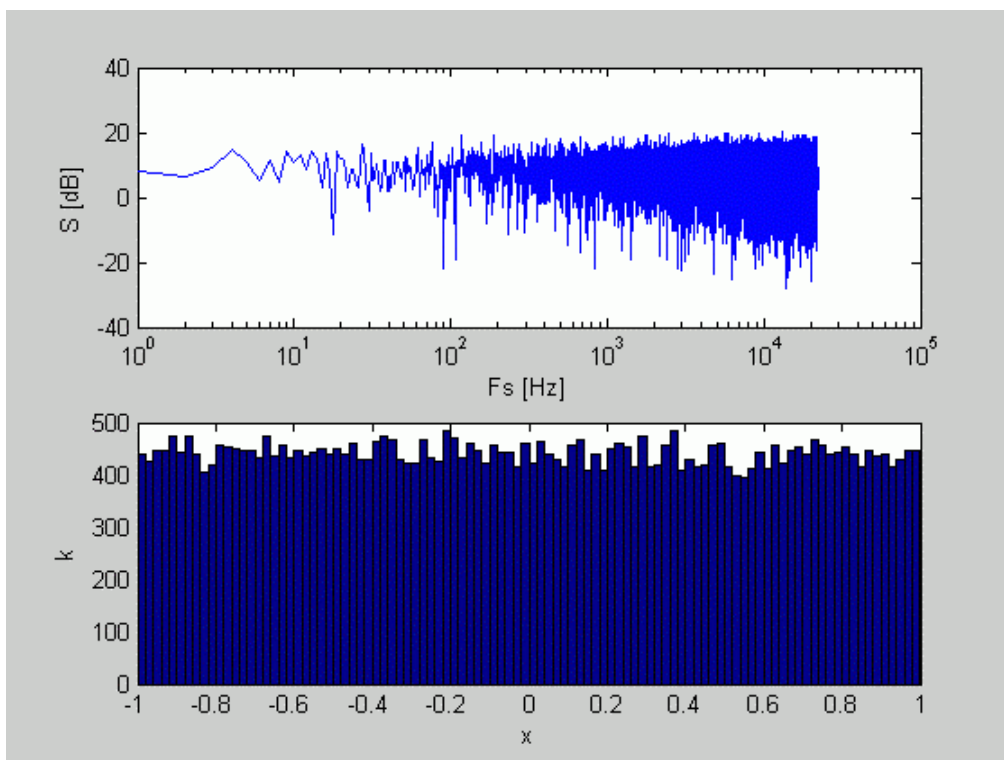
---

Ing. Zbyněk Bureš, Doc. Ing. František Kadlec, CSc.  
Fakulta elektrotechnická, ČVUT v Praze  
Katedra radioelektroniky  
Technická 2  
166 27 Praha 6  
tel.: 2 2435 2108, 2 2435 2115  
e-mail: buresz@fel.cvut.cz, kadlec@fel.cvut.cz

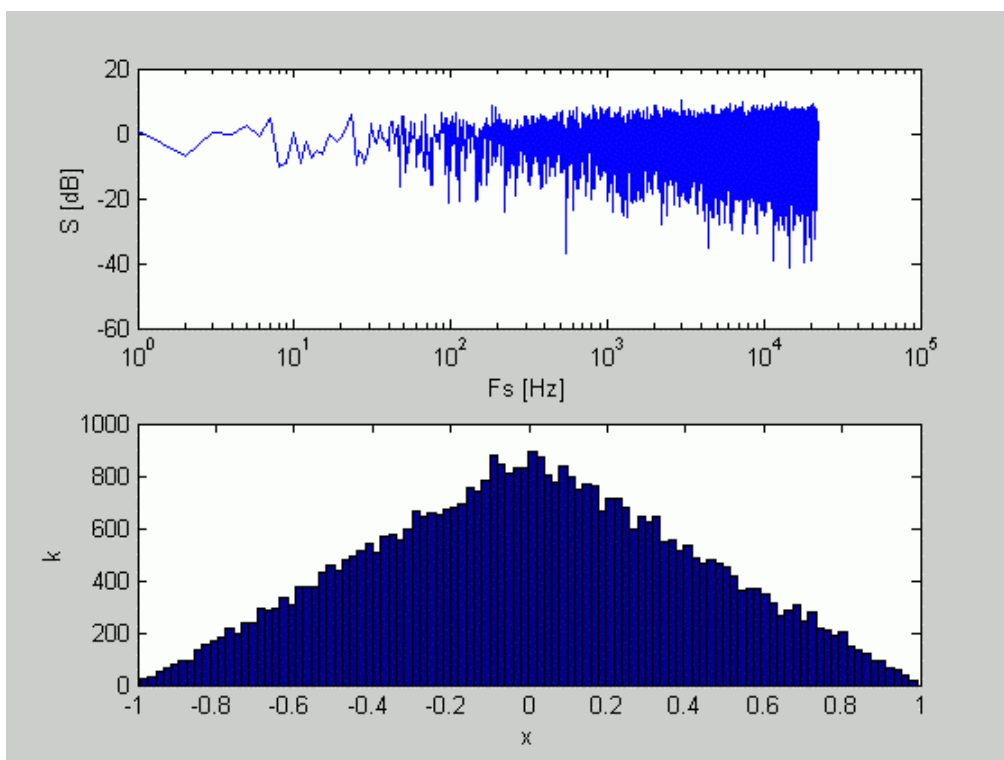
## Příloha



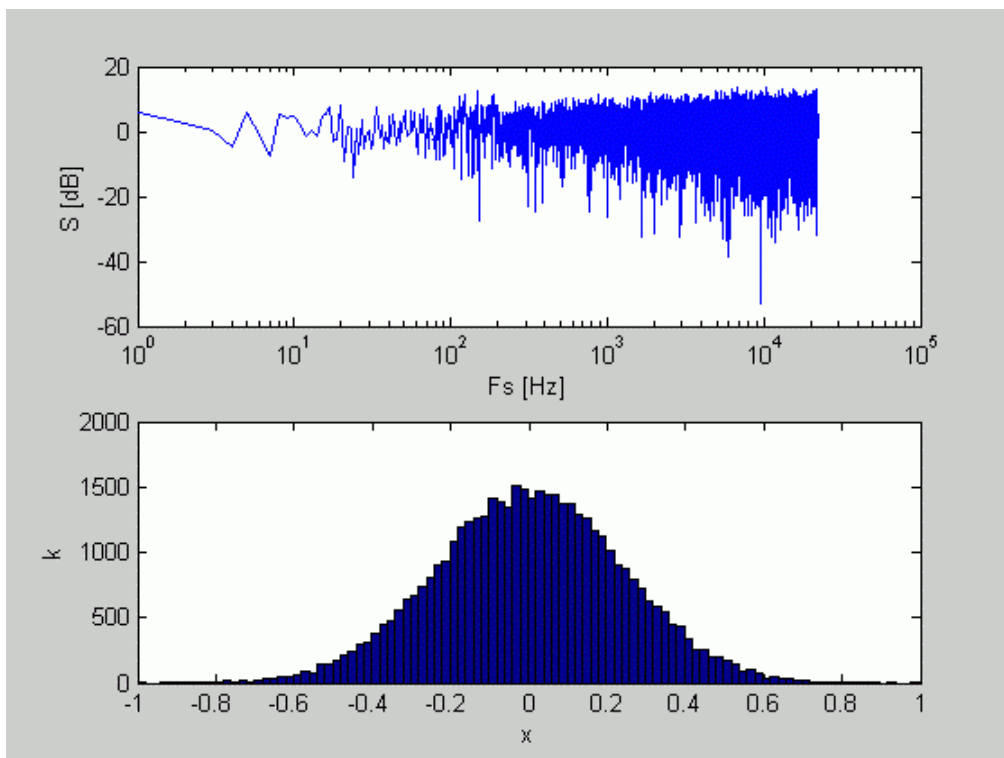
Obr.2. Uživatelské rozhraní implementovaného generátoru



Obr.3. Dither s rovnoměrným rozdělením PDF, kmitočtové spektrum a histogram. Symbol  $k$  označuje četnost výskytu, symbol  $x$  hodnotu vzorku



Obr. 4: Dither s trojúhelníkovým rozdělením PDF, kmitočtové spektrum a histogram. Symbol  $k$  označuje četnost výskytu, symbol  $x$  hodnotu vzorku



Obr. 5: Dither s Gaussovým rozdělením PDF, kmitočtové spektrum a histogram. Symbol  $k$  označuje četnost výskytu, symbol  $x$  hodnotu vzorku