

IMPLEMENTACE GAUSSOVA A SPLINE FILTRU POVRCHOVÝCH PROFILŮ STROJÍRENSKÝCH SOUČÁSTÍ V MATLABU

J. Vít, J. Štápal

Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem

Abstrakt

Příspěvek se zabývá implementací Gaussova filtru podle ISO 16610-21:2011 a spline filtru podle ISO/TS 16610-22:2006 v prostředí MATLAB. Uvedené filtry jsou navrženy a zaváděny do praxe pro použití při vyhodnocování geometrických odchylek strojírenských dílů od ideálního tvaru. Výstupem práce jsou čtyři knihovny procedur pro filtrování otevřených a uzavřených profilů pomocí Gaussova a spline filtru. Každá knihovna obsahuje mimo hlavní filtrovací funkce také demonstrační proceduru, předvádějící způsob použití filtru na přiloženém reálném profilu a na harmonickém profilu vygenerovaném podle zadaných parametrů. Kromě generátoru harmonických profilů jsou součástí knihoven další podpůrné procedury, určené zejména pro výpočet standardizovaných přenosových charakteristik. V závěru příspěvku jsou porovnány přenosové charakteristiky implementovaných filtrů se standardizovanými charakteristikami.

1 Úvod

V metrologii povrchu strojírenských součástí se používají filtry pro oddělování krátkovlnných a dlouhovlnných složek profilů. Strukturou povrchu se zabývá norma ČSN EN ISO 4288¹. Krátkovlnné složky jsou používány pro vyhodnocení drsnosti v drsnoměrech. Dlouhovlnné složky jsou používány pro vyhodnocování úchylek tvaru a polohy² v profiloměrech, kruhoměrech a 3D měřicích přístrojích.

Tento příspěvek se zabývá filtrováním profilů získaných na kruhoměrech, což jsou přístroje pro vyhodnocování úchylek tvaru a polohy rotačních součástek. Typická součástka vhodná pro měření na kruhoměru je uvedena na obr. Obrázek 1. Kruhoměry jsou specifické tím, že jedna z měřicích os je rotační, což umožňuje získávat profily vyjádřené v polárních souřadnicích. Příklad v současnosti vyráběného kruhoměru je uveden na obr. Obrázek 2. Schéma tohoto kruhoměru se třemi měřicími osami je na obr. Obrázek 3. Svislá rotační osa C je stolek, který otáčí součástkou a zaznamenává polohu natočení. Horizontální osa R nese snímací sondu, a zaznamenává radiální vzdálenost od průsečíku s rotační osou C. Svislá lineární osa Z se pohybuje rovnoběžně s rotační osou C, a nese vodorovnou osu R se snímačem. Osa Z zaznamenává vzdálenost od upínací roviny stolku. Povrch součásti snímá jednosměrná dotyková sonda, která je kolmo k povrchu natáčena pomocí naklápěcího a otáčecího mechanismu.

Konstrukce kruhoměru umožňuje snímat profily na čtyřech typech měřicích míst, uvedených na obr. Obrázek 4. Při polárně-radiálním měření se otáčí osa C a sonda snímá horizontální výchylky ve směru osy R. Při polárně-axiálním měření se otáčí osa C a sonda snímá vertikální výchylky ve směru osy Z. Při lineárně-radiálním měření se pohybuje vertikální osa Z a sonda snímá horizontální výchylky ve směru osy R. Konečně při lineárně-axiálním měření se pohybuje horizontální osa R a sonda snímá



Obrázek 1 - Typická součástka pro měření na kruhoměru.

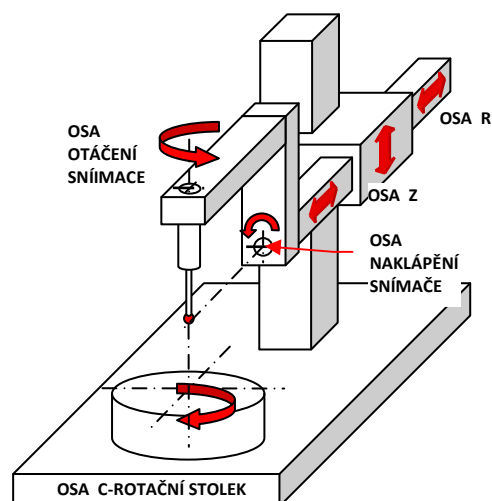
¹ ČSN EN ISO 4288 Geometrické požadavky na výrobky (GPS) - Struktura povrchu: Profilová metoda - Pravidla a postupy pro posuzování struktury povrchu.

² ISO 1101 Geometrical Product Specifications (GPS) - Geometrical tolerancing - Tolerances of form, orientation, location and run-out

vertikální výchylky ve směru osy Z. Profily sejmuté na polárních měřicích místech jsou označovány jako uzavřené a profily sejmuté na lineárních měřicích místech jako otevřené.



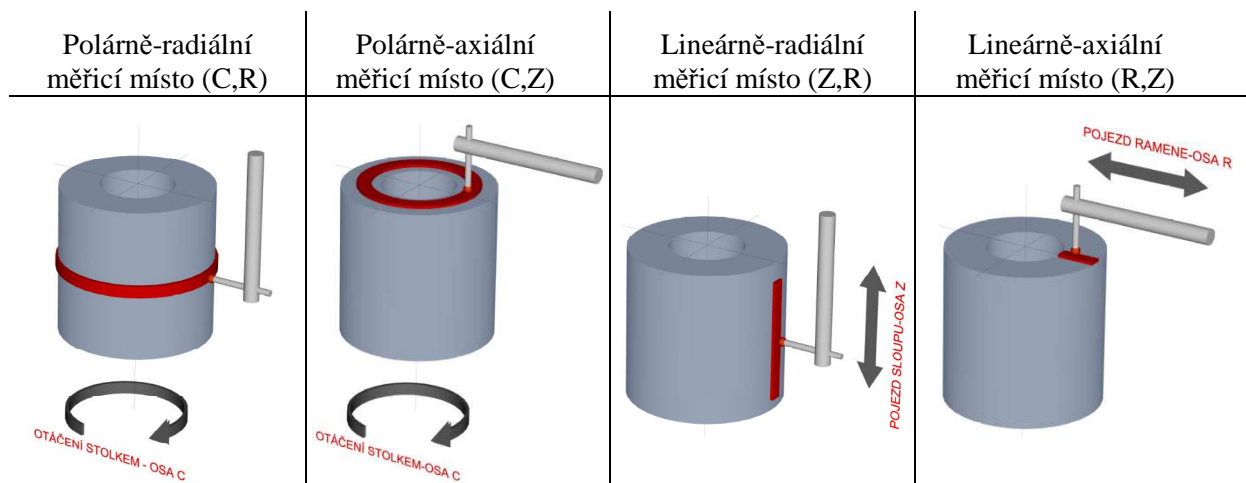
Obrázek 2 – Přístroj pro měření tvarových úchylek rotačních součástí - kruhoměr



Obrázek 3 – Schéma kruhoměru

Otevřený profil je vyjadřován v kartézské soustavě souřadnic. Je představován roztečí ekvidistantních bodů dx a řádkovým vektorem hodnot y . Příklad otevřeného profilu, nasnímaného na čele soustružené součásti (lineárně-axiální měřicí místo), je na obr. Obrázek 5.

Uzavřený profil je vyjadřován v polární soustavě souřadnic. Je představován úhlovou roztečí ekvidistantních bodů $d\varphi$ a řádkovým vektorem hodnot souřadnice ρ . Příklad uzavřeného profilu, nasnímaného na obvodu válcové součásti (polárně-radiální měřicí místo) je na obr. Obrázek 6.



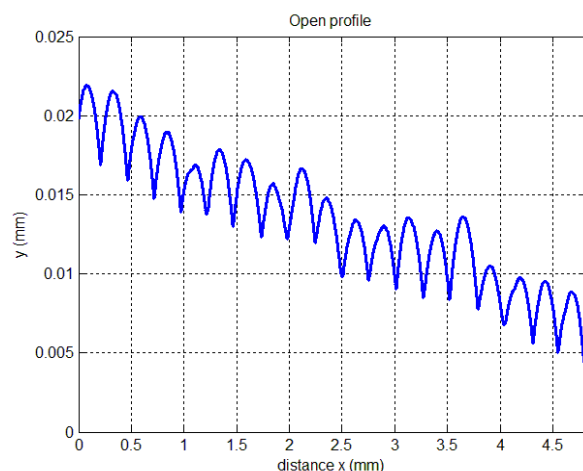
Obrázek 4 – Typy měřicích míst

Zaznamenaný profil je nazýván *primární* a je označován písmenem P . Filtrováním se získává profil krátkovlnných složek označovány písmenem R (roughness) a profil dlouhovlnných složek označovány písmenem W (waveness). Kritériem pro filtrování otevřených profilů je mezní vlnová délka λ_c (mm) a pro filtrování uzavřených profilů mezní frekvence f_c (počet vln/obvod). Ve strojírenské metrologii se tato mez nazývá CUT-OFF.

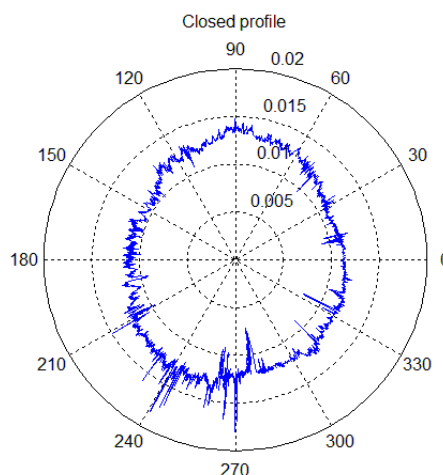
Vlastnosti filtrů jsou z důvodu porovnatelnosti výsledků standardizovány. Metrologické filtry se vyvíjely od 70. let minulého století. Původní filtry, realizované analogovými součástkami³, byly po

³ DIN 4768:1974 Determination of roughness parameters RA, Rz, Rmax by means of electrical stylus instruments; conversion of parameter RA to Rz and vice versa.

zavedení digitálních počítačů nahrazeny matematickými aproximacemi. Později byly doplněny další typy filtrů⁴, odstraňující nedokonalosti svých předchůdců.



Obrázek 5 – Otevřený profil délky $ln = 4.8$ mm, nasnímaný na čele soustružené součásti.



Obrázek 6 – Uzavřený profil nasnímaný na obvodu válcové součásti. Poloměr střední kružnice je upraven z důvodu viditelnosti odchylek povrchu.

V současnosti je normou ISO⁵ nově standardizován Gaussův konvoluční filtr a ve stadiu technické specifikace⁶ se nachází nový typ filtru, založený na aproximaci kubickým splinem za podmínky minimalizace ohybové energie. Ve stadiu vývoje se dále nacházejí robustní⁷ a morfologické⁸ profilové filtry. Robustnost znamená, že filtr je odolný proti odlehlým hodnotám vyskytujícím se v naměřeném profilu, které jsou způsobeným nečistotami, nebo jinými rušivými vlivy. Cílem je zamezit nežádoucímu zkreslení výsledného filtrovaného profilu, přičemž rostoucí požadavky na stoprocentní metrologickou kontrolu ve strojírenské výrobě vyžadují, aby se tak dělo bez zásahu lidské obsluhy.

Pro posuzování vlastností nových filtrů a pro jejich porovnávání s filtry již zavedenými vyvstala potřeba jejich implementace do přívětivého programovacího prostředí. K tomuto účelu byl zvolen MATLAB.

2 Teoretická východiska

2.1 Gaussův filtr

Principem Gaussova filtru je konvoluce primárního profilu se symetrickou váhovou funkcí. Vzorec, popisující váhovou funkci, je standardem ISO⁹ předepsán pro otevřené a uzavřené profily rozdílně.

Váhovou funkci pro otevřené profily popisuje rovnice (1).

⁴ (ISO 11562 Geometrické požadavky na výrobky (GPS)-Struktura povrchu: Profilová metoda - Metrologické charakteristiky fázově korigovaných filtrů., 1998)

⁵ (ISO 16610-21 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration-Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters, 2011)

⁶ (ISO/TS 16610-22 Geometrical product specifications (GPS) - Filtration Part 22: Linear profile filters: Spline filters, 2006)

⁷ Přípravované normy ISO řady 16610 části 31-35

⁸ Přípravované normy ISO řady 16610 části 41-45

⁹ (ISO 16610-21 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration-Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters, 2011)

$$s(x) = \begin{cases} \frac{1}{\alpha \lambda_c} e^{-\pi \left(\frac{x}{\alpha \lambda_c}\right)^2}, & \text{pro } -L_c \cdot \lambda_c \leq x \leq L_c \cdot \lambda_c \\ 0, & \text{v ostatních případech} \end{cases} \quad (1)$$

Jednotlivé symboly v rovnici (1) znamenají:

- x - vzdálenost od středu váhové funkce
- λ_c - cut-off vlnová délka
- α - konstanta zajišťující 50 % přenos na cut-off vlnové délce λ_c , viz rovnice (3)
- L_c - ořezávací konstanta váhové funkce (běžně $L_c = 0.5$)¹⁰

Váhovou funkci pro uzavřené profily popisuje rovnice (2).

$$s(x) = \begin{cases} \frac{f_c}{\alpha L} e^{-\pi \left(\frac{x f_c}{\alpha L}\right)^2}, & \text{pro } -\frac{L_c \cdot L}{f_c} \leq x \leq \frac{L_c \cdot L}{f_c} \\ 0, & \text{v ostatních případech} \end{cases} \quad (2)$$

Jednotlivé symboly v rovnici (2) znamenají:

- x - vzdálenost od středu váhové funkce podél uzavřeného profilu
- f_c - cut-off frekvence v počtech vln na obvod
- L - délka uzavřeného profilu
- L_c - ořezávací konstanta váhové funkce (běžně $L_c = 0.5$)
- α - konstanta zajišťující 50 % přenos na cut-off frekvenci f_c , viz rovnice (3)

$$\alpha = \sqrt{\frac{\ln(2)}{\pi}} = 0,4697 \quad (3)$$

U otevřených profilů dochází vlivem přesahu váhové funkce přes krajní body primárního profilu ke zkreslení výsledného filtrovaného profilu, nazývaným koncové efekty. Pokyny pro řešení koncových efektů obsahuje technická specifikace ISO/TS 16610-28¹¹. Zde je mimo jiné navrhováno prodloužit primární profil na obou koncích o délku $0.5 * \lambda_c$ a to tak, že doplněné body budou lineárně extrapolovány z přímk, stanovených minimalizací kvadrátů odchylek v okrajových úsecích délky $0.5 * \lambda_c$ původního primárního profilu.

Přenosová charakteristika Gaussova filtru otevřených profilů pro dlouhovlnné složky může být podle standardu ISO aproximována rovnicí (4).

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\pi \left(\frac{\alpha \lambda_c}{\lambda}\right)^2} \quad (4)$$

Jednotlivé symboly v rovnici (4) znamenají:

- λ_c - cut-off vlnová délka
- λ - vlnová délka primárního sinusového profilu
- α - konstanta zajišťující 50 % přenos na cut-off vlnové délce λ_c , viz rovnice (3)
- a_0 - amplituda primárního sinusového profilu
- a_1 - amplituda tohoto sinusového profilu po filtrování

Přenosová charakteristika Gaussova filtru uzavřených profilů pro dlouhovlnné složky může být podle standardu ISO aproximována rovnicí (5).

$$\frac{a_1}{a_0} = e^{-\pi \left(\frac{\alpha f}{f_c}\right)^2} \quad (5)$$

¹⁰ (ISO 16610-21 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration-Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters, 2011), str. 17, Recommendations A.5

¹¹ (ISO/TS 16610-28 Geometrical product specification (GPS)-Filtration - Profile filters: End effects, 2010)

- n - počet bodů nefiltrovaného profilu
- z - vektor délky n hodnot jednotlivých bodů nefiltrovaného profilu
- w - vektor délky n hodnot jednotlivých bodů filtrovaného profilu
- λ_c - cut-off vlnová délka profilového filtru
- Δx - vzorkovací interval

Rovnice (12) uvádí přenosovou charakteristiku spline filtru pro dlouhovlnné složky.

$$\frac{a_1}{a_0} = \left[1 + \beta \alpha^2 \sin^2 \left(\frac{\pi \Delta x}{\lambda} \right) + 16(1 - \beta) \alpha^4 \sin^4 \left(\frac{\pi \Delta x}{\lambda} \right) \right]^{-1} \quad (12)$$

Jednotlivé symboly v rovnici (12) znamenají:

- a_0 - amplituda sinusového profilu před filtrováním
- a_1 - amplituda dlouhovlnné složky sinusového profilu po filtrování
- λ - vlnová délka sinusového profilu
- Δx - vzorkovací interval

3 Realizace filtrů v prostředí Matlab

Všechny dále uvedené funkce byly vytvořeny jako vlastní funkce. Nevyžadují žádný toolbox a jsou přístupné na komunitním webu Matlab.

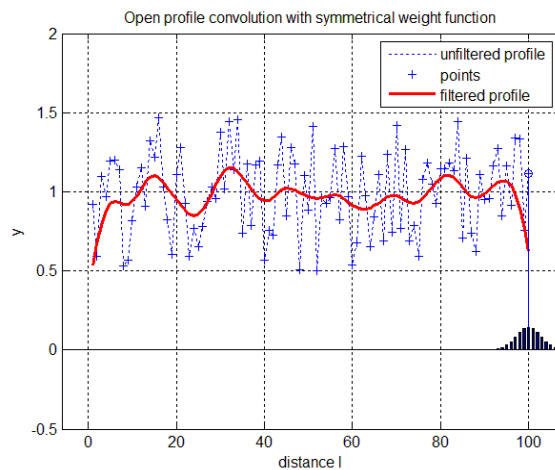
3.1 Gaussův filtr

Princip realizovaného Gaussova konvolučního filtru je naznačen na obr. Obrázek 7. Hodnota každého bodu filtrovaného profilu zohledňuje hodnotu odpovídajícího bodu v nefiltrovaném profilu a dalších bodů ležících v jeho okolí pomocí symetrické váhové funkce. Střed váhové funkce se nachází v poloze právě zpracovávaného bodu. Na obr. Obrázek 7 je zachycen stav na konci procesu konvoluce, takže se střed váhové funkce nachází pod posledním bodem. Rozteč bodů diskrétní váhové funkce s_i musí být shodná s roztečí nefiltrovaného profilu. Pro jednoznačné stanovení středu váhové funkce je třeba, aby její počet bodů byl lichý. Zachování původní hladiny profilu je zajištěno tím, že součet všech diskrétních hodnot váhové funkce je roven 1, viz (13).

Na obrázku jsou patrná zkreslení konců filtrovaného profilu způsobená tím, že váhová funkce zde zasahuje mimo filtrovaný profil a konvoluce se chová jako by filtrovaný profil v tomto úseku existoval, ale jeho body měly nulovou hodnotu. U profilů kmitajících kolem nulové čáry jsou koncové efekty zanedbatelné, ale čím je hladina profilu vyšší, tím jsou výraznější.

Velké koncové efekty způsobují zkreslení vyhodnocovaných parametrů drsnosti a úchylek tvaru a polohy. V praxi se koncové efekty běžně řeší odstraněním zkreslených částí filtrovaného profilu, ale jsou případy, kdy je měřená část povrchu součástky tak malá, že by odstranění částí profilu zabránilo dodržet standardizované vyhodnocovací podmínky. Tyto případy řeší technická specifikace ISO/TS 16610-28 a některá řešení jsou vestavěna do funkce pro filtrování otevřených profilů.

$$\sum_{i=-i_{im}}^{i_{im}} s_i = 1 \quad (13)$$



Obrázek 7 – Konvoluce otevřeného profilu se symetrickou váhovou funkcí (přerušovaná čára = původní profil, sloupcový diagram = váhová funkce, plná červená čára = výsledný profil)

3.1.1 Gaussův filtr pro otevřené profily

Procedury a funkce, vytvořené pro filtrování otevřených profilů pomocí Gaussova filtru, jsou uvedeny v tabulce Tabulka 1. Celá knihovna je přístupná na komunitním webu uživatelů MATLAB¹³.

Tabulka 1 – KNIHOVNA VLASTNÍCH FUNKCÍ PRO GAUSSŮV FILTR OTEVŘENÝCH PROFILŮ

$[wprofile] = \mathit{gftlin}(pprofile, dx, lc)$	Funkce pro filtrování otevřených profilů pomocí Gaussova filtru.
<i>howtousegftlin.m</i>	Procedura demonstrující použití filtrovací funkce <i>gftlin()</i>
$[weight] = \mathit{gwfisolin}(x, lc)$	Hodnota Gaussovy váhové funkce pro zadané x a λ_c podle vztahu (1).
<i>gwfisolintest.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu Gaussovy váhové funkce.
$[wprofile] = \mathit{convsym}(pprofile, weightfunction, padding)$	Funkce pro konvoluci otevřeného profilu a symetrické váhové funkce.
$[transmission] = \mathit{gftlwlint}(l, lc)$	Výpočet standardizovaného přenosu dlouhovlnné složky pro zadané λ a λ_c podle vztahu (4).
<i>gftlwlincar.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro dlouhovlnné složky.
$[transmission] = \mathit{gftswlint}(l, lc)$	Výpočet standardizovaného přenosu krátkovlnné složky pro zadané λ a λ_c
<i>gftswlinchar.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro krátkovlnné složky.

3.1.1.1 Vlastní funkce pro filtrování otevřeného profilu pomocí Gaussova filtru

Gaussův filtr otevřených profilů je realizován funkcí

$$[wprofile] = \mathit{gftlin}(pprofile, dx, lc)$$

která očekává tyto vstupní argumenty:

- pprofile* - původní nefiltrovaný (primární) profil s ekvidistantním rozložením naměřených bodů. Řádkový vektor $[y1\ y2\ \dots\ yn]$ s údaji v mm.
- dx* - rozteč naměřených bodů v mm.
- lc* - cut-off vlnová délka profilového filtru λ_c v mm.

Výstupním argumentem je:

- wprofile* - filtrovaný profil se shodným ekvidistantním rozložením bodů. Řádkový vektor $[y1\ y2\ \dots\ yn]$ s údaji v mm.

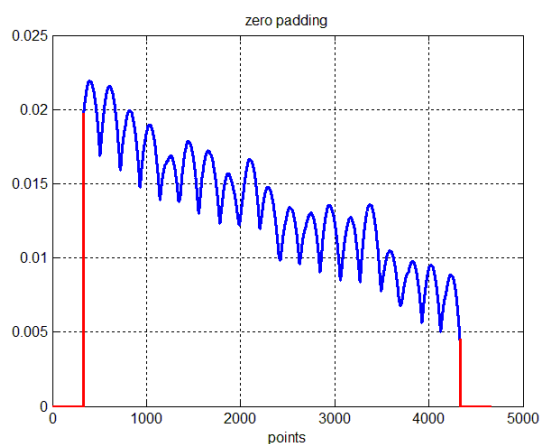
Způsob řešení koncových efektů je volen uvnitř funkce *gftlin()* při volání konvoluční funkce

$$[wprofile] = \mathit{convsym}(pprofile, weightfunction, padding)$$

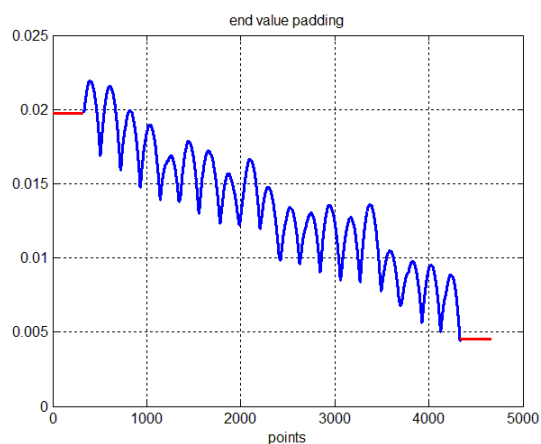
¹³ (Vit, 2015) <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52892-surface-metrology-open-profile-gaussian-filter>

Standardně je funkce *convsym()* volána s hodnotou *select* vstupního argumentu *padding*, která nabídne obsluhu možnost volby způsobu řešení koncových efektů. Má-li být určitý způsob řešení použit trvale, je třeba tuto proceduru volat s příslušným argumentem:

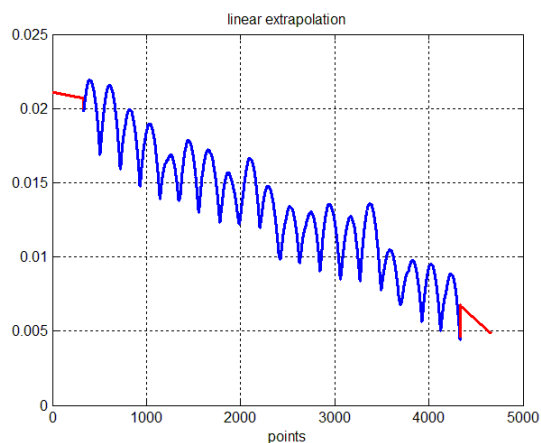
- ,*closed*' - konce profilu jsou propojeny, tzn. úseky před počátečním a za koncovým bodem primárního profilu jsou doplněny úseky z protilehlých konců dle obr. Obrázek 11,
- ,*zeros*' - úseky před počátečním a za koncovým bodem primárního profilu, v délce poloviny váhové funkce, jsou doplněny nulami, tzv. *zero padding* dle obr. Obrázek 8,
- ,*constant*' - úseky před počátečním a za koncovým bodem primárního profilu jsou doplněny hodnotami těchto okrajových bodů dle obr. Obrázek 9,
- ,*lineextrap*' - úseky před počátečním a za koncovým bodem primárního profilu jsou lineárně extrapolovány z přímk, stanovených minimalizací kvadrátů odchylek v okrajových úsecích dle obr. Obrázek 10.



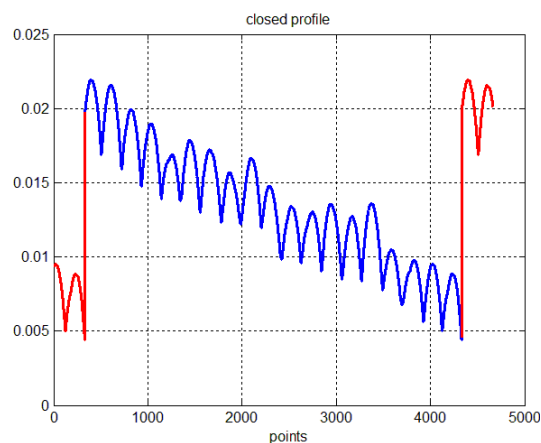
Obrázek 8 – Zero padding. Doplnění profilu nulovými body.



Obrázek 9 – Doplnění profilu konstantními hodnotami okrajových bodů.



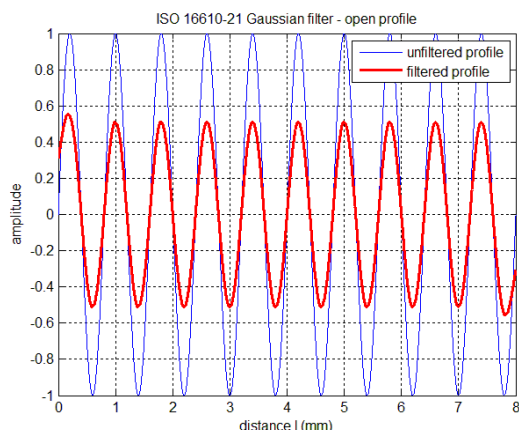
Obrázek 10 – Lineární extrapolace. Doplnění profilu přímkami, aproximujícími okrajové úseky metodou nejmenších kvadrátů odchylek.



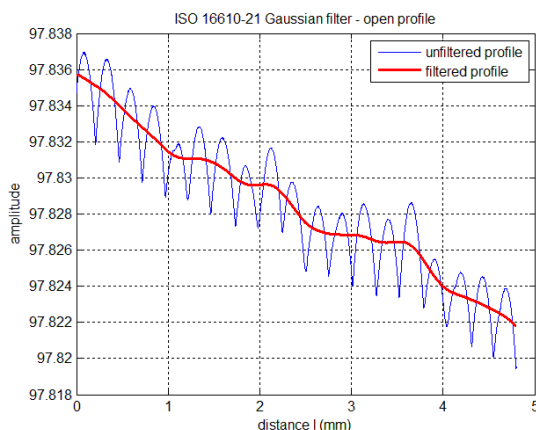
Obrázek 11 – Spojení konců profilu. Doplnění profilu protilehlými koncovými úseky.

Příklad filtrování otevřeného sinusového profilu funkcí *gftlin()* je uveden na obr. Obrázek 12. V tomto případě byla použita metoda *zero padding*. Nefiltrovaný profil kmitá kolem nulové čáry, a proto se koncové efekty příliš neprojeví. Přesto je první a poslední vlna filtrovaného profilu zřetelně vyšší.

Filtrování reálného otevřeného profilu je zobrazeno na obr. Obrázek 13. Hodnoty profilu jsou přibližně ve výšce 97.8 mm. V tomto případě by byly neřešené koncové efekty značné, proto byla zvolena metoda lineární extrapolace.



Obrázek 12 - Filtrování sinusového profilu s délkou vlny $\lambda = 0,8 \text{ mm}$ Gaussovým filtrem ($\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$), bez řešení koncových efektů.



Obrázek 13 - Filtrování reálného profilu povrchu součásti Gaussovým filtrem ($\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$) s lineární extrapolací.

3.1.1.2 Přenosové charakteristiky Gaussova filtru otevřených profilů

Standardizovaná funkce, aproximující přenosovou charakteristiku Gaussova filtru otevřených profilů pro dlouhovlnné složky, je generována procedurou

gfltlwlinchar.m

V sekci ‚input data‘ je možné zadat body, které mají být na křivce zvýrazněny a jejich hodnoty jsou pak uvedeny v příkazovém okně. Graf aproximované přenosové charakteristiky je na obr. Obrázek 16. Zvýrazněné body jsou vyčísleny v tabulce Tabulka 5 a použity pro hodnocení realizovaného filtru.

Obdobně je v knihovně obsažena procedura pro generování standardizované funkce, aproximující přenosovou charakteristiku pro krátkovlnné složky

gfltswlinchar.m

3.1.2 Gaussův filtr pro uzavřené profily

Procedury a funkce, vytvořené pro filtrování uzavřených profilů pomocí Gaussova filtru, jsou uvedeny v tabulce Tabulka 2. Celá knihovna je přístupná na komunitním webu uživatelů MATLAB¹⁴.

Tabulka 2 – KNIHOVNA VLASTNÍCH FUNKCÍ PRO GAUSSŮV FILTR UZAVŘENÝCH PROFILŮ

$[wrho] = \mathbf{gfltpol}(prho,fcut)$	Funkce pro filtrování uzavřených profilů Gaussovým filtrem.
<i>howtousegfltpol.m</i>	Procedura demonstrující použití filtrovací funkce <i>gfltin()</i>
$[weight] = \mathbf{gwfisopol}(x,fc,L)$	Hodnota Gaussovy váhové funkce pro zadané x , f_c a L podle vztahu (2).
<i>gwfisopoltest.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu Gaussovy váhové funkce.

¹⁴ (Vit, 2015) <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52769-surface-metrology-closed-profile-gaussian-filter>

$[wprofile] = \mathit{convsympol}(pprofile, weightfunction)$	Funkce pro konvoluci uzavřeného profilu a symetrické váhové funkce.
$[transmission] = \mathit{gfltlwpolt}(f, f_c)$	Výpočet standardizovaného přenosu dlouhovlnné složky pro zadané f a f_c podle vztahu (5).
<i>gfltlwpolchar.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro dlouhovlnné složky.
$[transmission] = \mathit{gfltswpolt}(f, f_c)$	Výpočet standardizovaného přenosu krátkovlnné složky pro zadané λ a λ_c
<i>gfltswpolchar.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro krátkovlnné složky.

3.1.2.1 Vlastní funkce pro filtrování uzavřeného profilu pomocí Gaussova filtru

Gaussův filtr uzavřených profilů je realizován vlastní funkcí

$$[wrho] = \mathit{gfltpol}(prho, f_c)$$

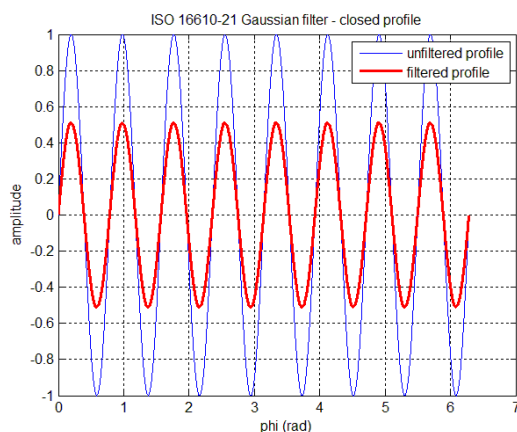
kteřá očekává tyto vstupní argumenty:

- $prho$ - původní nefiltrovaný (primární) profil s ekvidistantním rozložením naměřených bodů po obvodu kružnice 2π . Řádkový vektor radiálních souřadnic $[r1\ r2\ \dots\ rn]$ s údaji v mm.
- f_c - cut-off frekvence f_c v počtech vln na obvod kružnice.

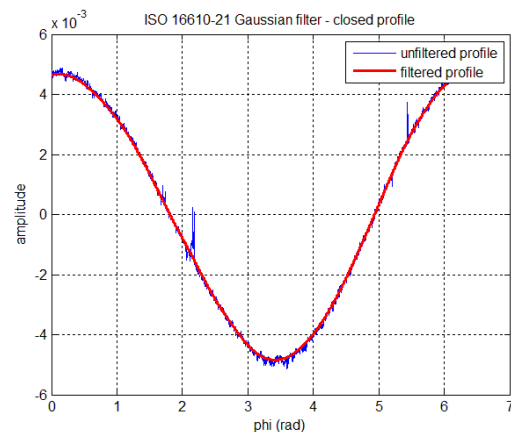
Výstupním argumentem je:

- $wrho$ - filtrovaný profil se shodným ekvidistantním rozložením bodů. Řádkový vektor radiálních souřadnic $[r1\ r2\ \dots\ rn]$ s údaji v mm.

Konce uzavřeného profilu jsou vždy propojeny podle obr. Obrázek 11, tzn. úseky před počátečním a za koncovým bodem primárního profilu jsou doplněny úseky z protilehlých konců profilu.



Obrázek 14 - Filtrování uzavřeného sinusového profilu s frekvencí $f = 8$ vln/obvod Gaussovým filtrem ($f_c = 8$ vln/obvod).



Obrázek 15 - Filtrování reálného uzavřeného profilu Gaussovým filtrem ($f_c = 8$ vln/obvod).

Příklad filtrování uzavřeného sinusového profilu funkcí $\mathit{gfltpol}()$ je uveden na obr. Obrázek 14. Filtrování reálného uzavřeného profilu je zobrazeno na obr. Obrázek 15.

3.1.2.2 Přenosové charakteristiky Gaussova filtru uzavřených profilů

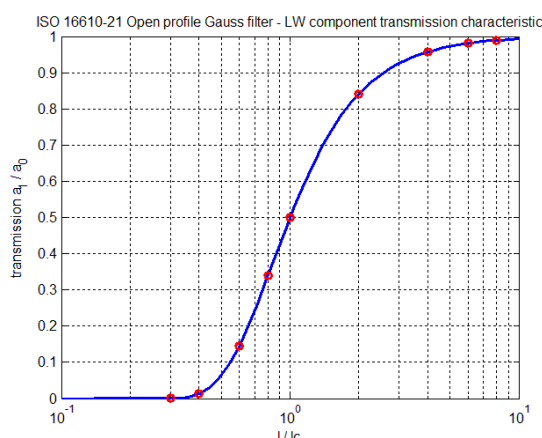
Standardizovaná funkce, aproximující přenosovou charakteristiku Gaussova filtru uzavřených profilů pro dlouhovlnné složky, je generována procedurou

gftlwpolchar.m

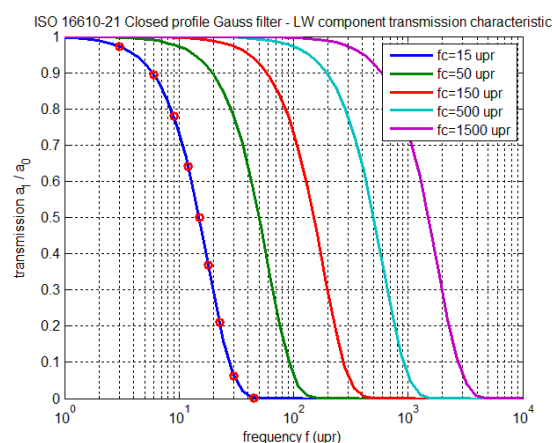
V sekci ‚input data‘ je možné zadat body, které mají být na křivce zvýrazněny a jejich hodnoty jsou pak uvedeny v příkazovém okně. Graf aproximované přenosové charakteristiky je na obr. Obrázek 17. Zvýrazněné body jsou vyčísleny v tabulce Tabulka 6 a použity pro hodnocení realizovaného filtru.

Obdobně je v knihovně obsažena procedura pro generování standardizované funkce, aproximující přenosovou charakteristiku pro krátkovlnné složky

gftswpolchar.m



Obrázek 16 - Standardizovaná přenosová charakteristika Gaussova filtru otevřených profilů pro dlouhovlnné složky.



Obrázek 17 - Standardizovaná přenosová charakteristika Gaussova filtru uzavřených profilů pro dlouhovlnné složky.

3.2 Spline filtr

3.2.1 Spline filtr pro otevřené profily

Procedury a funkce, vytvořené pro filtrování otevřených profilů pomocí spline filtru, jsou uvedeny v tabulce Tabulka 3. Celá knihovna je přístupná na komunitním webu uživatelů MATLAB¹⁵.

Tabulka 3 - KNIHOVNA VLASTNÍCH FUNKCÍ PRO SPLINE FILTR OTEVŘENÝCH PROFILŮ

$[wprofile] = splftlin(pprofile, dx, lc, show)$	Funkce pro filtrování otevřených profilů spline filtrem podle vztahu (6)
<i>howtousesplftlin.m</i>	Procedura demonstrující použití filtrovací funkce <i>splftlin()</i> .
$[pmatrix] = pmatlin(n)$	Funkce pro generování matice P podle vztahu (7)
$[qmatrix] = qmatlin(n)$	Funkce pro generování matice Q podle vztahu (7).
$[transmission] = splftlwt(l, dx, lc)$	Výpočet standardizovaného přenosu dlouhovlnné složky pro zadané λ , dx a λ_c podle vztahu (12).
<i>splftlwchar.m</i>	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro

¹⁵ (Vit, 2015) <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52562-surface-metrology-open-profile-spline-filter>

	dlouhovlnné složky.
$[transmission] = splfltswt(l,dx,lc)$	Výpočet standardizovaného přenosu krátkovlnné složky pro zadané λ , dx a λ_c
$splfltswchar.m$	Procedura pro vykreslení průběhu standardizované přenosové charakteristiky pro krátkovlnné složky.

3.2.1.1 Vlastní funkce pro filtrování otevřeného profilu pomocí spline filtru

Spline filtr otevřených profilů podle vztahu (6) je realizován funkcí

$$[wprofile] = splftlin(pprofile,dx,lc,show)$$

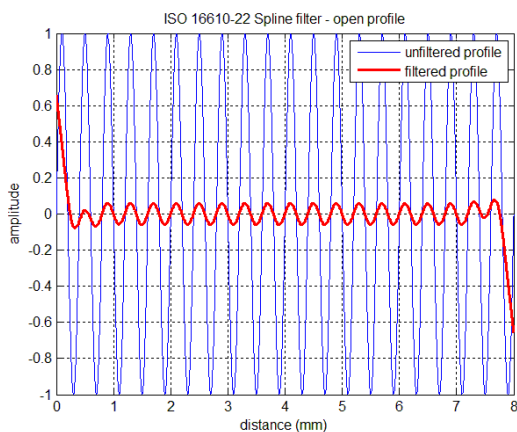
kteřá očekává tyto vstupní argumenty:

- $pprofile$ - původní nefiltrovaný profil s ekvidistantním rozložením naměřených bodů. Řádkový vektor $[y1\ y2\ \dots\ yn]$ s údaji v mm.
- dx - rozteč naměřených bodů v mm.
- lc - cut-off vlnová délka profilového filtru v mm.
- $show$ - nepovinný argument pro grafické zobrazení nefiltrovaného a filtrovaného profilu uvnitř této funkce. Slouží pro ladění programu. Očekávané hodnoty jsou 'filtered', 'unfiltered' nebo 'both'.

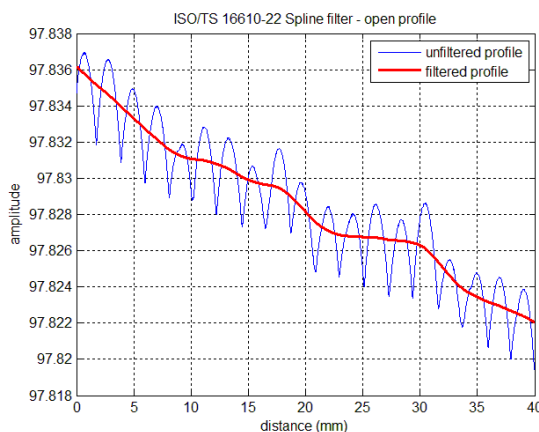
Výstupním argumentem je:

- $wprofile$ - filtrovaný profil se shodným ekvidistantním rozložením bodů. Řádkový vektor $[y1\ y2\ \dots\ yn]$ s údaji v mm.

Příklad filtrování otevřeného sinusového profilu funkcí $splftlin()$ je uveden na obr. Obrázek 18. Na koncích filtrovaného profilu jsou zjevné koncové efekty, které však nejsou v tomto případě způsobeny nedokonalostí metody, protože střední čára minimalizující ohybovou energii spline tudy skutečně prochází. Filtrování reálného otevřeného profilu je na obr. Obrázek 19.



Obrázek 18 - Filtrování otevřeného sinusového profilu s délkou vlny $\lambda = 4\text{ mm}$ spline filtrem ($\lambda_c = 8\text{ mm}$).



Obrázek 19 - Filtrování reálného otevřeného profilu povrchu součásti spline filtrem ($\lambda_c = 8\text{ mm}$).

3.2.1.2 Přenosová charakteristika spline filtru pro dlouhovlnné složky

Norma ISO uvádí pouze jednu společnou přenosovou charakteristiku pro otevřené i uzavřené profily. Standardizovaná přenosová funkce spline filtru pro dlouhovlnné složky je generována procedurou

$splftlwchar.m$

V sekci 'input data' je možné zadat body, které mají být na křivce zvýrazněny a jejich hodnoty jsou pak uvedeny v příkazovém okně. Graf přenosové charakteristiky dlouhovlnných složek spline

filtru je na obr. Obrázek 22. Zvýrazněné body jsou vyčísleny v tabulce Tabulka 7 a použity pro hodnocení realizovaného filtru.

Obdobně je v knihovně obsažena procedura pro generování přenosové charakteristiky pro krátkovlnné složky

splftswchar.m

3.2.2 Spline filtr pro uzavřené profily

Procedury a funkce vytvořené pro spline filtr uzavřených profilů jsou uvedeny v tabulce Tabulka 4. Celá knihovna je přístupná na komunitním webu uživatelů MATLAB¹⁶.

Tabulka 4 - KNIHOVNA VLASTNÍCH FUNKCÍ PRO SPLINE FILTR UZAVŘENÝCH PROFILŮ

$[wprofile] = splftpol(pprofile, dx, lc, show)$	Funkce pro filtrování uzavřených profilů spline filtrem podle vztahu (9).
<i>howtousesplftpol.m</i>	Procedura demonstrující použití filtrovací funkce <i>splftlin()</i> .
$[pmatrix] = pmatpol(n)$	Funkce pro generování matice <i>P</i> podle vztahu (10).
$[qmatrix] = qmatpol(n)$	Funkce pro generování matice <i>Q</i> podle vztahu (10).

3.2.2.1 Vlastní funkce pro filtrování uzavřeného profilu pomocí spline filtru

Spline filtr uzavřených profilů podle vztahu (9) je realizován funkcí

$$[wprofile] = splftpol(pprofile, dx, lc, show)$$

která očekává tyto vstupní argumenty:

- pprofile* - původní nefiltrovaný profil s ekvidistantním rozložením naměřených bodů. Řádkový vektor $[y_1 y_2 \dots y_n]$ s údaji v mm.
- dx* - rozteč naměřených bodů v mm.
- lc* - cut-off vlnová délka profilového filtru v mm.
- show* - nepovinný argument pro grafické zobrazení nefiltrovaného a filtrovaného profilu uvnitř této funkce. Slouží pro ladění programu. Očekávané hodnoty jsou 'filtered', 'unfiltered' nebo 'both'.

Výstupním argumentem je:

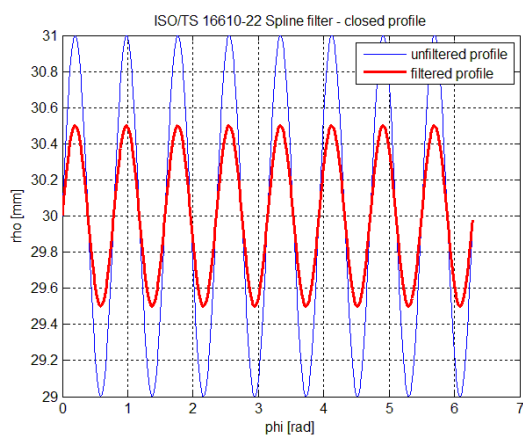
- wprofile* - filtrovaný profil se shodným ekvidistantním rozložením bodů. Řádkový vektor $[y_1 y_2 \dots y_n]$ s údaji v mm.

Příklad filtrování uzavřeného sinusového profilu funkcí *splftpol()* je uveden na obr. Obrázek 20. Filtrování reálného uzavřeného profilu je na obr. Obrázek 21.

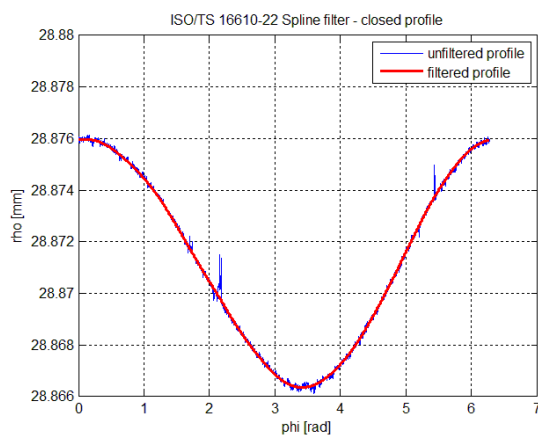
4 Hodnocení přenosových charakteristik

Přenosové charakteristiky jsou prověřovány v bodech vyznačených na příslušných grafech na obr. Obrázek 16, Obrázek 17 a Obrázek 22. Poměr výšek filtrovaného a původního sinusového profilu známé vlnové délky je porovnán s hodnotami přenosové funkce standardizované v ISO normě. Zkreslené koncové úseky jsou odřezány.

¹⁶ (Vit, 2015) <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52858-surface-metrology-closed-profile-spline-filter>



Obrázek 20 - Filtrování uzavřeného sinusového profilu s frekvencí $f = 8 \text{ vln/obvod}$ spline filtrem ($f_c = 8 \text{ vln/obvod}$).



Obrázek 21 - Filtrování reálného uzavřeného profilu povrchu součásti spline filtrem ($f_c = 8 \text{ vln/obvod}$).

4.1 Gaussův filtr pro filtrování otevřených profilů

Průběh přenosové charakteristiky standardizovaného Gaussova filtru otevřených profilů pro dlouhovlnné složky je na obr. Obrázek 16. Porovnání s přenosy realizovaného filtru je uvedeno v tabulce Tabulka 5. Primární nefiltrovaný profil je dlouhý 8 mm a obsahuje 4000 naměřených bodů. Maximální výška profilu je zjišťována po odřezání koncových úseků délky $0,5 * \lambda_c$, což odpovídá polovině šířky váhové funkce.

Tabulka 5 - POROVNÁNÍ DOSAŽENÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY GAUSSOVA FILTRU OTEVŘENÝCH PROFILŮ PRO DLOUHOVLNNÉ SLOŽKY A STANDARDIZOVANÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY PODLE ROVNICE (4).

Parametry profilu	Parametry filtru	λ/λ_c	Přenos a_1/a_0		
			Skutečnost	Standard	Rozdíl relativních hodnot
$l_n = 8 \text{ mm}$ $n = 4000$	$L_c = 0,5$ $\lambda_c = 0,8 \text{ mm}$	0,3	0,155 %	0,045 %	0,110 %
		0,4	1,725 %	1,314 %	0,411 %
		0,6	14,111 %	14,582 %	-0,471 %
		0,8	34,340 %	33,856 %	0,484 %
		1	51,040 %	50,000 %	1,040 %
		2	84,855 %	84,090 %	0,765 %
		4	96,000 %	95,760 %	0,240 %
		6	98,205 %	98,093 %	0,112 %
8	98,985 %	98,923 %	0,062 %		

Podle normy ISO¹⁷ je implementační chyba váhové funkce, způsobená ořezávací konstantou $L_c = 0,5$, rovna 0,76 %. Standardizovaná přenosová funkce (4) je navíc pouze aproximující a hodnotu ořezávací konstanty vůbec nezohledňuje. Chybu aproximace norma neuvádí.

Odchylka přenosu realizovaného Gaussova filtru otevřených profilů od standardizované charakteristiky je pravděpodobně způsobena vzorkováním váhové funkce intervalem naměřených bodů dx . Maximální rozdíl relativních hodnot skutečného a standardizovaného přenosu 1,04 % lze považovat za vyhovující a realizovaný Gaussův filtr pro filtrování otevřených profilů je možné používat.

¹⁷ (ISO 16610-21 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration-Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters, 2011), str. 15, tabulka A1

4.2 Gaussův filtr pro filtrování uzavřených profilů

Průběh přenosové charakteristiky standardizovaného Gaussova filtru uzavřených profilů pro dlouhovlnné složky je na obr. Obrázek 17. Porovnání s přenosy realizovaného filtru je uvedeno v tabulce Tabulka 6. Primární, nefiltrovaný profil je kružnice s poloměrem 30 mm a obsahuje 4000 naměřených bodů. Maximální výška profilu je zjišťována po odřezání koncových úseků délky $0,5 * \lambda_c$, což odpovídá polovině šířky váhové funkce.

Tabulka 6 - POROVNÁNÍ DOSAŽENÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY GAUSSOVA FILTRU UZAVŘENÝCH PROFILŮ PRO DLOUHOVLNNÉ SLOŽKY A STANDARDIZOVANÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY PODLE ROVNICE (5).

Parametry profilu	Parametry filtru	f/f_c	Přenos a_1/a_0		
			Skutečnost	Standard	Rozdíl relativních hodnot
r = 30 mm n = 4000	$L_c = 0,5$ $f_c = 8 \frac{vln}{obvod}$	0,2	97,425 %	97,265 %	0,160 %
		0,4	90,055 %	89,503 %	0,552 %
		0,6	78,880 %	77,916 %	0,964 %
		0,8	65,345 %	64,171 %	1,174 %
		1,0	51,500 %	50,000 %	1,500 %
		1,2	37,470 %	36,857 %	0,613 %
		1,5	20,845 %	21,022 %	-0,177 %
		2	5,810 %	6,250 %	-0,440 %
	3	0,520 %	0,195 %	0,325 %	

Maximální rozdíl relativních hodnot skutečného a standardizovaného přenosu 1,174 % lze považovat za vyhovující a realizovaný Gaussův filtr pro filtrování uzavřených profilů je možné používat.

4.3 Spline filtr

Průběh přenosové charakteristiky standardizovaného spline filtru pro dlouhovlnné složky je na obr. Obrázek 22. Porovnání s přenosy realizovaného filtru je uvedeno v tabulce Tabulka 7. Primární, nefiltrovaný profil je dlouhý 8 mm a obsahuje 4000 naměřených bodů. Maximální výška profilu je zjišťována po odřezání koncových úseků délky λ_c .

Tabulka 7 - POROVNÁNÍ DOSAŽENÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY SPLINE FILTRU LINEÁRNÍCH PROFILŮ PRO DLOUHOVLNNÉ SLOŽKY A STANDARDIZOVANÉ PŘENOSOVÉ CHARAKTERISTIKY PODLE ROVNICE (12).

Parametry profilu	Parametry filtru	λ/λ_c	Přenos a_1/a_0		
			Skutečnost	Standard	Rozdíl relativních hodnot
l_n = 8 mm n = 4000	$\lambda_c = 0,8$	0,3	0,865 %	0,805 %	0,060 %
		0,4	2,645 %	2,498 %	0,147 %
		0,6	11,630 %	11,476 %	0,154 %
		0,8	29,06 %	29,060 %	0,000 %
		1	50,200 %	50,000 %	0,200 %
		2	94,115 %	94,117 %	-0,002 %
		3	98,780 %	98,780 %	0,000 %
		4	99,610 %	99,611 %	-0,001 %
	5	99,845 %	99,840 %	0,005 %	

Maximální rozdíl relativních hodnot skutečného a standardizovaného přenosu 0,2 % lze považovat za vyhovující a realizovaný spline filtr je možné používat.

5 Závěr

V příspěvku je popsána realizace Gaussova filtru podle ISO 16610-21:2011 a spline filtru podle ISO/TS 16610-22:2006 pro filtrování otevřených a uzavřených profilů, v prostředí Matlab. Filtry jsou používány v oboru strojírenské metrologie pro filtrování profilů nasnímaných na povrchu rotačních součástí. Cílem filtrování je získání dvou samostatných profilů, z nichž jeden obsahuje pouze dlouhovlnné a druhý pouze krátkovlnné složky. Z profilu krátkovlnných složek jsou posléze vyhodnocovány parametry drsnosti povrchu a z profilu dlouhovlnných složek jsou vyhodnocovány odchylky tvaru, polohy a házení.

Smyslem zavádění filtrů používajících kubické spliny je jednak jejich schopnost filtrovat profily, získané na povrchu obsahujícím tvarové složky až třetího řádu, a také odstranění problémů s koncovými efekty vyskytujícími se u Gaussova filtru.

Zkreslení, vznikající na koncích filtrovaného profilu vlivem přesahu symetrické Gaussovy váhové funkce přes okraje původního primárního profilu, způsobují zkreslení vyhodnocovaných parametrů drsnosti a úchylek tvaru a polohy. V současné době jsou zpravidla řešena odstraněním zkreslených úseků, čímž se filtrovaný profil proti původnímu primárnímu profilu zkrátí o polovinu váhové funkce, což odpovídá polovině cut-off vlnové délky, na každém konci. Vyskytují se však případy, kdy je měřená část povrchu součástky tak malá, že by odstranění koncových částí profilu zabránilo dodržet standardizované vyhodnocovací podmínky. Takové případy řeší technická specifikace ISO/TS 16610-28.

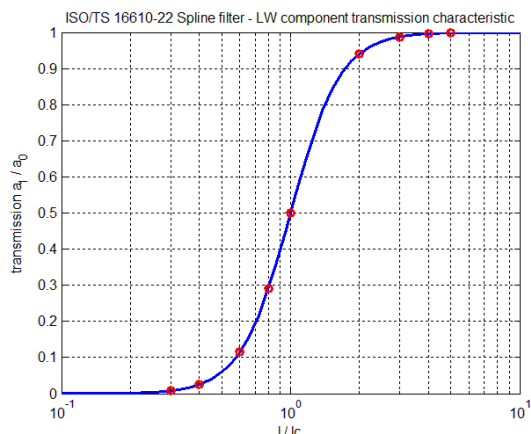
Do prezentované funkce pro filtrování otevřených profilů pomocí Gaussova filtru jsou vestavěna řešení, používající prodloužení konců primárního profilu o úseky, jejichž délka odpovídá polovině délky váhové funkce. Body v těchto úsecích mohou mít kromě nulové hodnoty, což odpovídá případu neřešení koncových efektů, stejnou hodnotu jako mají okrajové body profilu, nebo mohou být extrapolovány přímkou. Tato přímka je stanovenou metodou minimalizace kvadrátů odchylek z příslušných koncových úseků, opět v délce poloviny váhové funkce, původního primárního profilu. Konce otevřeného profilu mohou být také propojeny.

Realizované vlastní funkce pro filtrování otevřených a uzavřených profilů pomocí Gaussova a spline filtru jsou rozděleny do čtyř samostatných knihoven a umístěny na komunitním webu Matlab Central File Exchange. Žádná z funkcí nevyžaduje speciální toolbox.

V příspěvku je vysvětlena syntaxe hlavních filtrovacích funkcí a jsou zde uvedeny grafické příklady filtrování jak sinusových, tak reálných profilů.

V závěru jsou realizované filtry testovány na sadě sinusových profilů a zjištěné přenosy dlouhovlnných složek jsou porovnány s normalizovanými přenosovými charakteristikami. Největší rozdíl relativních hodnot skutečného a standardizovaného přenosu je u Gaussova filtru otevřených profilů 1,04 % a u Gaussova filtru uzavřených profilů 1,174 %. Těchto hodnot bylo dosaženo při použití ořezávací konstanty váhové funkce 0,5. Podle normy ISO tato hodnota ořezávací konstanty způsobuje chybu váhové funkce 0,76 %. Standardizovaná funkce pro přenosovou charakteristiku Gaussova filtru navíc pouze aproximuje skutečnou přenosovou charakteristiku, přičemž chybu této aproximace norma neuvádí. Za těchto podmínek lze považovat realizovaný Gaussov filtr za vyhovující a způsobilý k používání.

U realizovaného spline filtru je největší rozdíl relativních hodnot skutečného a standardizovaného přenosu 0,2 %. Tato hodnota je vyhovující a spline filtr je způsobilý k používání.



Obrázek 22 - Standardizovaná přenosová charakteristika spline filtru pro dlouhovlnné složky.

Použitá literatura

ISO 11562 Geometrické požadavky na výrobky (GPS)-Struktura povrchu: Profilová metoda - Metrologické charakteristiky fázově korigovaných filtrů. 1998. místo neznámé : ISO, 1998.

ISO 16610-21 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration-Part 21: Linear profile filters: Gaussian filters. 2011. místo neznámé : ISO, 2011.

ISO/TS 16610-22 Geometrical product specifications (GPS)-Filtration Part 22: Linear profile filters: Spline filters. 2006. místo neznámé : ISO, 2006.

ISO/TS 16610-28 Geometrical product specification (GPS)-Filtration - Profile filters: End effects. 2010. místo neznámé : ISO, 2010.

Vit, Jiri. 2015. Surface metrology closed profile Gaussian filter. *Matlab Central File Exchange.* [Online] 31. 08 2015. [Citace: 4. 10 2015.] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52769-surface-metrology-closed-profile-gaussian-filter>.

—, **2015.** Surface metrology closed profile spline filter. *Matlab Central File Exchange.* [Online] 31. 08 2015. [Citace: 4. 10 2015.] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52858-surface-metrology-closed-profile-spline-filter>.

—, **2015.** Surface metrology open profile Gaussian filter. *Matlab Central File Exchange.* [Online] 6. 09 2015. [Citace: 4. 10 2015.] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52892-surface-metrology-open-profile-gaussian-filter>.

—, **2015.** Surface metrology open profile spline filter. *Matlab Central File Exchange.* [Online] 19. 08 2015. [Citace: 4. 10 2015.] <http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/52562-surface-metrology-open-profile-spline-filter>.

Ing. Jiří Vít, doktorand
Fakulta výrobních technologií a managementu
Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem
vit-jiri@seznam.cz
www.linkedin.com/in/vitjiri

Doc. Ing. Jaroslav Šípál, Ph.D.
Fakulta výrobních technologií a managementu
Univerzita Jana Evangelisty Purkyně v Ústí nad Labem
sipal@fvmt.ujep.cz